الرياضيات

وزارة التربية والتعليم

المركز القومي للمناهج والبحث التربوي
بحث الرضا

٦

MINISTRY OF EDUCATION

NATIONAL CENTER FOR CURRICULA
AND EDUCATIONAL RESEARCH (NCCER)

الصف السادس
GRADE SIXTH
المرحلة الابتدائية

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

بسم الله الرحمن الرحيم

جمهورية السودان

وزارة التربية والتعليم

المركز القومي للمناهج والبحث التربوي - بخت الرضا

المرحلة الابتدائية

الرياضيات

الصف السادس

أعدّت الكتاب لجنة من المعلمين والخبراء بتكليف ومتابعة وإشراف المركز القومي للمناهج والبحث التربوي.

Scanned by CamScanner

حقوق الإعداد والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم
ولا يجوز لأي فرد أو جماعة أو شركة أو مطبعة أو دار نشر طباعة
أو بيع هذا الكتاب أو أي جزء منه وإلا تعرضت لطائلة القانون.

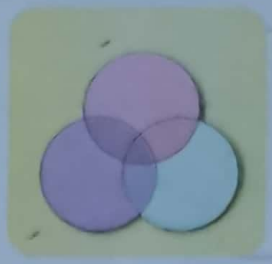
الطبعة الأولى

٢٠٢٠م

شركة مطابع السودان للعملة المحدودة
SUDAN CURRENCY PRINTING PRESS

Scanned by CamScanner

المحتـــــويات

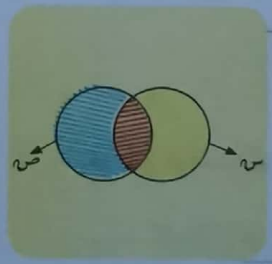


الوحدة الأولى
المجموعـــات
(٥-٣٨)

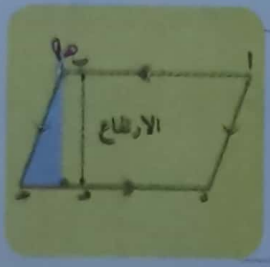
الوحدة الثانية
مجموعـة الأعـــداد الصحيحة والعمـليات عليهـا (٣٩-٧٤)

الوحدة الثالثة
النسبة المئوية
(٧٥-٩١)

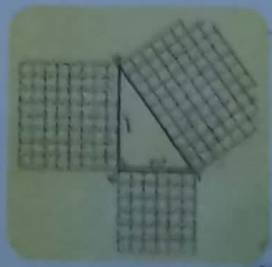
الوحدة الرابعة
التعابير الجبرية والعمليـات عليها
(٩٢-١١٠)



الوحدة الخامسة
العمليات على المجموعـــات
(١١١-١٢٥)



الوحدة السادسة
مسـاحة الأشكال الهنـــــدسية
(١٢٦-١٥٣)



الوحدة السابعة
نظرية فيثاغورث وتطـابق المثـلثات
(١٥٤-١٧٢)

Scanned by CamScanner

أبنائي وبناتي تلاميذ وتلميذات الصف السادس ابتدائي، ها أنتم تقطعون خلفكم خمس سنوات من دراسة الرياضيات، مما يعني أنكم تعرفتم على المعاني الجوهرية في هذا العلم الضروري. وأنتم في آخر مراحلكم الابتدائية تذكرون توصيتنا لكم بحل المزيد من التمارين حتى ترسخ الفكرة في أذهانكم. خاصة وأن التفكير والخيال يزيد كلما تعمقتم في بحر الرياضيات.

هذا الكتاب يتكون من سبع وحدات ، ولكن الوحدات هذه المرة أدخلتكم في عمق الرياضيات. سندرس في الوحدة الأولى موضوع المجموعات وما يتعلق بها. أما في الوحدة الثانية فنقف على مجموعة الأعداد الصحيحة والعمليات التي تجري عليها. والوحدة الثالثة تعنى بمفهوم النسبة المئوية. أما الوحدة الرابعة فإنها تطرح موضوع التعابير الجبرية والعمليات عليها. وستكون الوحدة الخامسة العمليات على المجموعات. والوحدة السادسة مساحة الأشكال الهندسية والوحدة السابعة عن النظرية فيثاغورث وتطابق المثلثات.

نأمل أن تسألوا معلميكم عن كل ما لا يقع في فهمكم كما نأمل أن يساعد هذا الكتاب على جعل دراسة الرياضيات تجربة رائعة ومثيرة وممتعة.

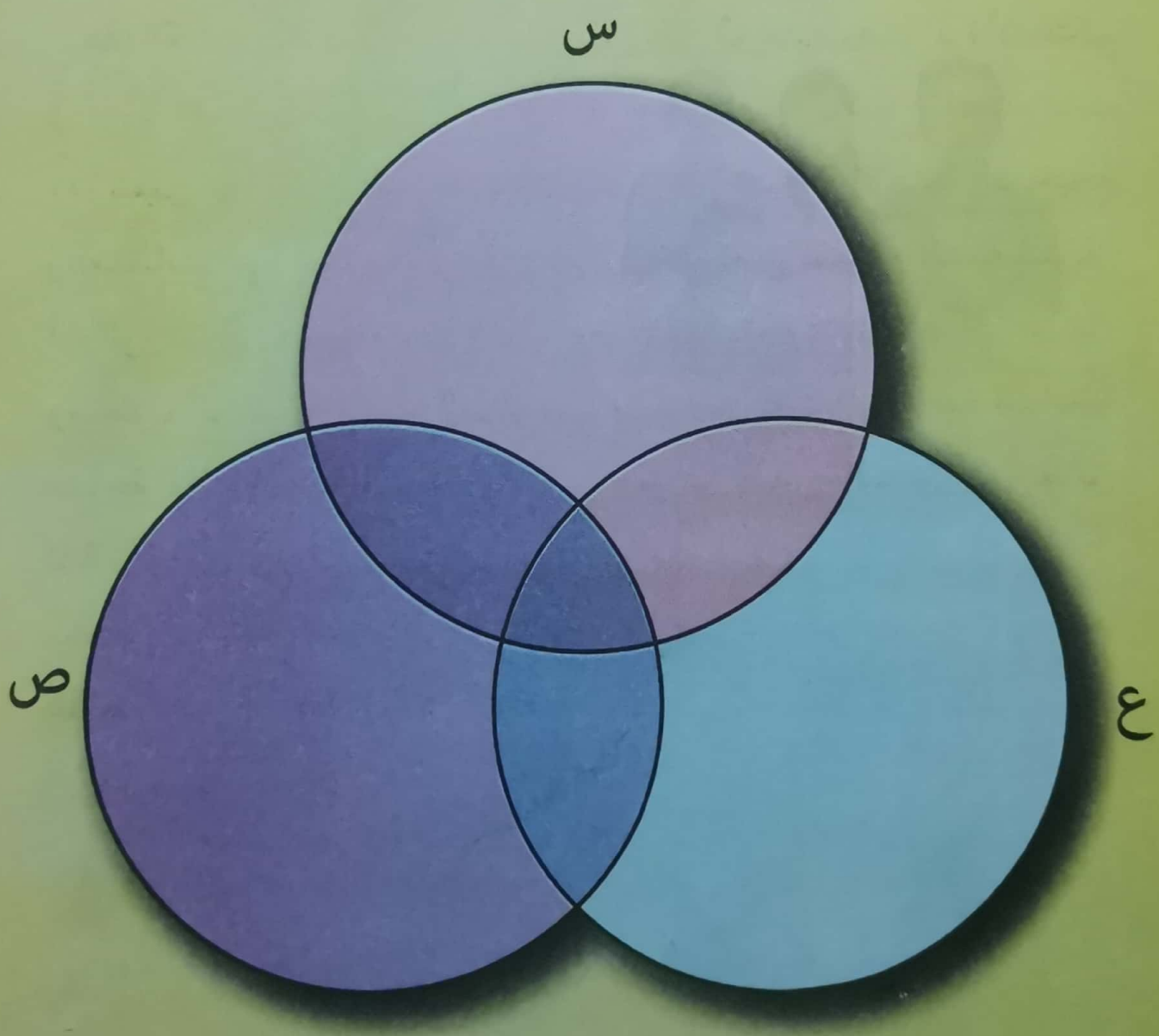
ونرجو الله لكم التفوق في الرياضيات لخدمة وطننا العزيز.

المـــؤلفـــــون

Scanned by CamScanner

الوحدة الأولى

المجموعات



Scanned by CamScanner

الدرس الأول - مفهوم المجموعة والعنصر

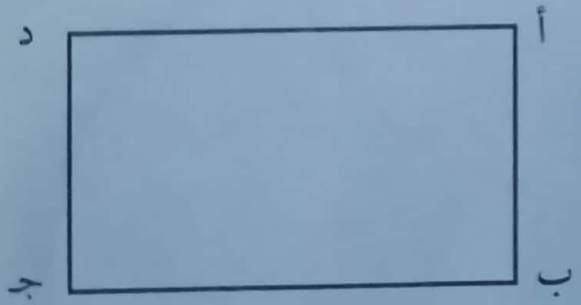
تأمل (تأملي) الأشياء في الشكل (١):

الشكل (١)

فرشاة، صابونة، قلم، كراسة، سبورة، كرسي، تكوّن تجمعاً من الأشياء.

الشكل (٢)

أما الشكل (٢) فيشمل تجمعاً من الأشخاص:
خالد، أنوار، سليمان، تقوى، الطاهر، تجمع من الأفراد يكوِّنون عائلة واحدة.



الشكل (٣)

والشكل (٣) فيه:
$\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ ، تكوّن تجمعاً من القطع المستقيمة (المتحدة) وهي أضلاع للمستطيل أ ب جـ د.

هذه التجمعات وغيرها يمكن أن نطلق عليها (مجموعة)

فنقول: مجموعة أدوات، مجموعة أفراد عائلة، مجموعة قطع مستقيمة.

Scanned by CamScanner

فمفهوم المجموعة يظهر في حياتنا العادية بأشكال متنوعة، وهو مفهوم بسيط مألوف لدينا وكلمات كثيرة تستخدم بمعنى المجموعة، فمثلاً:

١- فريق كرة القدم.
٢- حزمة من قصب السكر.
٣- قطيع من الأبقار.
٤- سرب من الطائرات.
٥- باقة من الزهور.

فالكلمات: فريق، حزمة، قطيع، سرب، باقة تدل على تجمعات لأشخاص أو أشياء، أو حيوانات ولا يلزم أن تكون الأشياء المذكورة في مجموعة معينة لها صفة مشتركة واضحة، فمن الممكن أن تكون لدينا مجموعة مكونة من كرسي، برتقالة، سرير، قلم.

المجموعة في الرياضيات تعني تجمعاً من الأشياء تكون معينة تعييناً واضحاً لا لبس فيه.

ويمكن أن تكون هذه الأشياء من الحيوانات، الجمادات، النباتات، الأرقام، الحروف الهجائية، أسماء دول وغيرها.

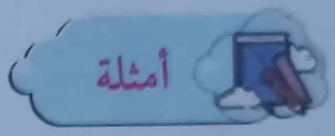
١- مجموعة ولايات السودان.
٢- مجموعةالدول المجاورة للسودان.
٣- مجموعة ألوان علم السودان.
٤- مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١٧
٥- مجموعة أحرف كلمة عطبرة.

Scanned by CamScanner

٦- مجموعة أرقام العدد ٤٦١٧
٧- مجموعة الأنهار بإفريقيا.

هذه المجموعات مكوناتها معينة تعييناً واضحاً ويمكن حصرها بكل سهولة ولذلك فهي مجموعات بالمفهوم الرياضي.

أما إذا كانت مكونات المجموعة لا يمكن حصرها وتعيينها تعييناً واضحاً فهي لا تسمى مجموعة بالمفهوم الرياضي.



١- مجموعة الدول الجميلة بالعالم.
٢- مجموعة التلاميذ الأذكياء.
٣- مجموعة التلاميذ الطوال.

ذلك لأنه ليست بالضرورة أن تكون دولة ما جميلة لكل الأشخاص، ولا يوجد فاصل واضح بين التلاميذ الأذكياء وغيرهم والتلاميذ الطوال وغيرهم.

تسمى الأشياء المكونة لكل مجموعة (عناصر) هذه المجموعة.

مجموعة ألوان علم السودان عناصرها هي: الأبيض، الأخضر، الأسود، الأحمر.

مجموعة أحرف كلمة عطبرة عناصرها هي:ع ، ط، ب، ر، ة.

مجموعة أرقام العدد ٤٦١٧ هي: ٧ ، ١ ، ٦ ، ٤

نقول أيضاً:

١. اثيوبيا: عنصر في مجموعة الدول المجاورة للسودان.
٢. ك : عنصر في مجموعة الأحرف الهجائية.
٣. ٢ : عنصر في مجموعة أرقام العدد ١٢٨٩
٤. د : عنصر في مجموعة أحرف كلمة والد.

Scanned by CamScanner

تمرين (١)

اكتب/ اكتبي عناصر كل مجموعة فيما يلي:

(١) مجموعة الأعداد الفردية بين ٢ ، ١٢

(٢) مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها ٣٠ يوماً.

(٣) مجموعة أيام الأسبوع.

(٤) مجموعة معلمي ومعلمات المدرسة.

(٥) مجموعة عوامل العدد ٨.

(٦) مجموعة أضلاع المثلث أ ب جـ.

٧) مجموعة أشهر السنة الهجرة.

Scanned by CamScanner

الدرس الثاني - طرق التعبير عن المجموعة

أولاً : كتابة المجموعة برصد العناصر:

نعبر عن المجموعة بكتابة جميع عناصرها داخل قوسين مموجين كالآتي { } وليس سواهما مع وضع فاصلة (،) بين كل عنصر والآخر. وهذه الطريقة تسمى طريقة رصد العناصر ولا يشترط ترتيب العناصر في صورة معينة ولا يكرر العنصر الواحد أكثر من مرة.

أمثلة

(١) مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١١ هي: { ٤، ٦، ٨، ١٠ }، وتقرأ المجموعة التي عناصرها ٤ و ٦ و ٨ و ١٠ .

(٢) مجموعة ألوان علم جمهورية السودان هي{ الأبيض، الأحمر، الأخضر، الأسود }، وتقرأ المجموعة التي عناصرها الأبيض والأحمر والأخضر والأسود.

(٣) مجموعة أحرف كلمة خليل هي { خ، ل، ي} وتقرأ المجموعة التي عناصرها خ و ل و ي .

(٤) مجموعة مضاعفات العدد ٤ بين ١٥ ، ٣٥ هي { ١٦، ٢٠، ٢٤، ٢٨، ٣٢ } .

(٥) مجموعة أضلاع المربع أ ب جـ د هي{ $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ }

كذلك يرمز للمجموعات بأحرف مكبرة مرسومة هكذا: س، ص، ع، هـ ... إلخ ، ويرمز للعناصر بالحروف العادية س، ص، أ، ع، هـ، ...

Scanned by CamScanner

أمثلة

١. إذا كانت س مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١٣ فإن:
س = { ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢ }

٢. إذا كانت ص مجموعة الاتجاهات الرئيسية فإن:
ص = { شمال ، جنوب ، شرق ، غرب }

٣. إذا كانت ع مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها ٣١ يوماً فإن:
ع = { يناير، مارس، مايو، يوليو، أغسطس، أكتوبر، ديسمبر }

٤. إذا كانت هـ مجموعة أرقام العدد ٤٢٠٧٧٨ فإن:
هـ = {٨، ٧، ٠، ٢، ٤}

٥. إذا كانت ل مجموعة أحرف السودان فإن:
ل = { ا، ل، س، و، د، ن }

تمرين (٢)

عبِّر (عبِّري) عن كل مجموعة مما يأتي بطريقة رصد العناصر:

(١) مجموعة أيام الأسبوع (ص)
(٢) مجموعة أحرف كلمة سمسم (ل)
(٣) مجموعة عوامل العدد ١٦ (هـ)
(٤) مجموعة الدول العربية الإفريقية (د)
(٥) مجموعة أضلاع الخماسي أ ب جـ د هـ (ك)
(٦) مجموعة أفراد أسرتك (س)
(٧) مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها ٣٠ يوماً (ع)

Scanned by CamScanner

ثانياً: كتابة المجموعة بطريقة الصفة المميزة أو المتغير

الطريقة الثانية للتعبير عن المجموعة هي طريقة الصفة المميزة ويقصد بها الرابطة المشتركة بين العناصر ولا نستطيع أن نعبر عن مجموعة ما بطريقة الصفة المميزة إلا إذا كانت هنالك صفة مشتركة بين عناصرها.

أمثلة:

(١) ص = {دراجة، محمد، مزرعة، كتاب، ٦ }

(٢) ع = {٢، ٥، ج، ٢١، ب }

(٣) ل = {٣، ٥، ٧، ٩}

(٤) ك = { شرق، غرب، شمال، جنوب }

(٥) هـ = مجموعة تلاميذ الصف السادس بمدرسة المنارة الأساسية.

إذا أخذنا المثالين الأول والثاني لا نجد رابطة أو صفة مشتركة بين عناصرها، لذلك لا يمكن كتابة هذه المجموعات بطريقة الصفة المميزة.

ولكن إذا أخذنا الأمثلة: ٣ ، ٤ ، ٥ نجد أن كل مجموعة لها صفة مشتركة بين عناصرها.

وتكتب هذه المجموعات بالصفة المميزة هكذا:

٣) ل = { س : س عدد فردي أكبر من ٢ وأقل من ١٠ }

وتقرأ: ل تساوي المجموعة التي تحتوي على العنصر س حيث س عدد فردي أكبر من ٢ وأقل من ١٠ .

٤) ك = { ص : ص أحد الاتجاهات الأربعة }

وتقرأ: ك تساوي المجموعة التي تحتوي على العنصر ص حيث ص أحد الاتجاهات الأربعة.

Scanned by CamScanner

٥) هـ = { ع : ع تلميذ بالصف السادس بمدرسة المنارة الأساسية }

وتقرأ هـ تساوي المجموعة التي تحتوي على العنصر ع حيث ع تلميذ بالصف السادس بمدرسة المنارة الأساسية.

مثال (١)

اكتب (اكتبي) المجموعات الآتية بطريقة رصد العناصر:

(١) س = { س : س عدد فردي أكبر من ١١ وأقل من ٢١ }

(٢) ص = { س : س عدد أولي أقل من ١٧ }

(٣) ع = { ح : ح ضلع من أضلاع المثلث ب جـ د }

(٤) ك = { ك : ك لون من ألوان علم السودان }

الحل

(١) س = {١٣، ١٥، ١٧، ١٩}

(٢) ص = { ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣ }

(٣) ع = {$\overline{ب جـ}$، $\overline{جـ د}$، $\overline{د ب}$}

(٤) ك = {الأحمر، الأخضر، الأبيض، الأسود}

Scanned by CamScanner

مثال (١)

اكتب (اكتبي) المجموعات التالية بطريقة الصفة المميزة:

س = { ٢٣، ٢٥، ٢٧، ٢٩ }

ص = { السبت، الأحد، الإثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، الجمعة }

ع = { إبريل، يونيو، سبتمبر، نوفمبر }

الحل

س = {س : س عدد فردي أكبر من ٢٢ وأقل من ٣٠ }

ص = { ص : ص يوم من أيام الأسبوع }

ع = {ع : ع شهر من أشهر السنة الميلادية عدد أيامه ٣٠ يوماً }

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

(أ) اكتب(اكتبي) بطريقة رصد العناصر :

(١) س = { س : س حرف من أحرف كلمة آدم }

(٢) ص = { س : س رقم من أرقام العدد ٢٢٥٩ }

(٣) ع = {ص : ص عدد من مضاعفات ٣ أقل من ٢٠ }

(٤) هـ = { ل : ل شهر ميلادي يبدأ بحرف ي }

(ب) اكتب/ اكتبي بطريقة الصفة المميزة:

(١) س = { ربيع أول، ربيع ثاني، رجب، رمضان }

(٢) ص = { ١٠، ١٢، ١٤، ١٦ }

(٣) ع = مجموعة تلاميذ مدرستك.

(٤) هـ = مجموعة مواطني ولايتك.

Scanned by CamScanner

إذا كانت المجموعة س = {١، ٣، ٥}

هل العنصر ٣ من عناصر المجموعة س ؟

هل العنصر ٤ من عناصر المجموعة س ؟

نقول إن شيئاً ما ينتمي إلى مجموعة ما إذا كان الشيء عنصراً من عناصر هذه المجموعة، وأن شيئاً ما لا ينتمي إلى المجموعة إذا كان هذا الشيء ليس عنصراً من عناصرها.

أمثلة

١. السودان ينتمي إلى مجموعة الدول الإفريقية.

٢. $\overline{ب جـ}$ ينتمي إلى مجموعة أضلاع المستطيل أ ب جـ د.

٣. ٥ تنتمي إلى مجموعة الأعداد الفردية.

٤. ليبيا لا تنتمي إلى مجموعة أقطار قارة آسيا.

٥. ١٣ لا تنتمي إلى مجموعة مضاعفات العدد ٢.

٦. ألمانيا لا تنتمي إلى مجموعة الدول العربية.

نستعمل الرمز $\in$ ليدل على انتماء عنصر ما إلى مجموعة ما.
ويكتب س $\in$ س ونقرأ س ينتمي إلى س (العنصر س ينتمي إلى المجموعة س).
كما نستعمل الرمز $\notin$ ليدل على عدم انتماء عنصر ما إلى مجموعة ما.
ويكتب ص $\notin$ س وتقرأ ص لا ينتمي إلى س (العنصر ص لا ينتمي إلى المجموعة س).

Scanned by CamScanner

مثال (١)

في المجموعة س = { ٢، ٣، ٤، ٥ } نجد أن:

٣ ∈ س أو ٣ ∈ {٢، ٣، ٤، ٥}

١ ∉ س أو ١ ∉ {٢، ٣، ٤، ٥}

٧ ∉ س أو ٧ ∉ {٢، ٣، ٤، ٥}

هل يمكن أن نقول إن {٤} ∉ س لا لماذا؟

{٤} ∉ س لأنه معطى أن س = {٢، ٣، ٤، ٥} ولا يوجد عنصر {٤} بين عناصر س، أي لا يوجد مثلاً {٢، ٣، ٤، ٥، {٤}}

مثال (٢)

إذا كانت ص = { س : س شهر هجري } نقول إن:

رمضان ∈ ص

الأحد ∉ ص

شوال ∈ ص

مارس ∉ ص

مثال (٣)

إذا كانت ع = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ما العبارات الصحيحة فيما يأتي:

(أ) ٠ ∈ ع (ب) ٤ ∈ ع (جـ) ٣ ∉ ع

(د) ٧ ∉ ع (هـ) ٦ ∉ ع (و) ١٠ ∉ ع

(ز) {٥} ∈ ع (د) {٠، ٢} ∉ ع

Scanned by CamScanner

الحل

العبارات الصحيحة هي:

(أ) ٠ ∈ ع

(ب) ٤ ∈ ع

(د) ٧ ∉ ع

(و) ١٠ ∉ ع

تمرين (٤)

١) انقل/ انقلي العبارات الصحيحة في كراستكَ/ كراستكِ:

٢ ∈ {٢، ٤، ٦، ٨}

٥٣ ∉ {٣، ٥}

٤ ∈ {١٤، ٧، ٨}

٠ ∉ {٦، ١٠، ٢٠}

اليمن ∉ مجموعة الدول العربية الإفريقية.

٢) إذا كانت س = {ص : ص أحد أرقام العدد ٤٥٥٧٤٢}، ضع ∈ أو ∉ لتكون العبارة صحيحة:

أ/ ٤ □ س

ب/ ١٧ □ س

جـ/ ٧٤٢ □ س

د/ ٥ □ س

هـ/ ١ □ س

و/ ٢ □ س

ز/ ٧ □ س

Scanned by CamScanner

تأمل (تأملي) المجموعات الآتية:

١) مجموعة طلاب جامعة وادي النيل الذين تقل أعمارهم عن ٧سنوات.
٢) مجموعة الأعداد الزوجية بين ٥، ٦
٣) مجموعة المربعات ذوات الأضلاع الثلاثة.
٤) مجموعة شهور السنة الهجرية التي يبدأ اسمها بالحرف ص.
٥) مجموعة الأعداد الفردية بين ٤، ٦

تلاحظ/ تلاحظين أن المجموعات الثلاث الأولى لا تحتوي على أي عنصر، فلا يوجد عدد زوجي بين ٥، ٦ ولا توجد مربعات بها ثلاثة أضلاع وهكذا.

تسمى المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر بالمجموعة الخالية ويرمز لها بالرمز{ }أو ∅ ، و ∅حرف إغريقي يقرأ (فاي).
∅ ={ } (قوسان خاليان).

أما المجموعتان الرابعة والخامسة أعلاه فنجد إن بكل منهما عنصراً واحداً فقط فنسمي كلاً منهما مجموعة أحادية.

ملاحظة

١) المجموعة الخالية ليس بها أي عنصر.
٢) لابد من التمييز بين { } و {٠} حيث أن المجموعة الأولى خالية، والثانية ليست خالية، لأنها تحتوي على عنصر وهو العدد (٠).

Scanned by CamScanner

تمرين (٥)

(أ) ميّز/ ميِّزي المجموعة الخالية والمجموعة غير الخالية والمجموعة الأحادية مما يلي:

١) مجموعة الأعداد الزوجية التي لا تقبل القسمة على ٢.
٢) المجموعة { س : س بلد عربي في قارة أمريكا}.
٣) مجموعة أحرف كلمة نيالا.
٤) مجموعة الأعداد الفردية بين ١٠ ، ١٢.
٥) مجموعة الأنهار في السودان.

(ب) عيّن/ عينّي المجموعة الخالية فيما يأتي:

س = { س : س أم عمرها ٥ سنوات }.
ع = { ب : ب مثلث مجموع قياسات زواياه ٢٠٠ درجة }.
هـ = {س : س عدد أولي بين ٥، ٧ }.

Scanned by CamScanner

الدرس الخامس- المجموعة المنتهية والمجموعة غير المنتهية

تأمل (تأملي) المجموعات الآتية:

١) س = { ١، ٣، ٥}
٢) ص = { س : س عدد فردي بين ٦، ١٥ }
٣) ع = { الشمال، الجنوب، الغرب، الشرق}
٤) هـ = { ص : ص فرد من أفراد عائلتك}
٥) ل = { ج : ج عدد زوجي }
٦) ك = { أ : أ عدد أولي }

نلاحظ أن المجموعات س ، ص، ع، هـ عناصرها محدودة العدد بينما المجموعات ل ، ك عناصرها غير محدودة العدد وبالتالي لا يمكن معرفة عدد عناصرها.

كل مجموعة عدد عناصرها محدود تسمى مجموعة منتهية، وكل مجموعة عدد عناصرها غير محدود تسمى مجموعة غير منتهية.

مثال(١)

اكتب/ اكتبي المجموعات الآتية بطريقة رصد العناصر:

س = { س : س عدد فردي بين ٨، ٩٢ }
ص = { س : س عدد زوجي}

الحل

س = { ٩، ١١، ١٣، ١٥، ...، ٩١ }
ص = { ٢، ٤، ٦، ... }

Scanned by CamScanner

لاحظ (لاحظي) الآتي:

١) إذا كانت المجموعة منتهية وعدد عناصرها كبيراً مع إمكانية ترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً يمكن كتابتها بطريقة رصد العناصر كما في المجموعة س في المثال السابق مع العلم بأن النقاط بين ١٥، ٩١ تدل على العناصر من ١٧ حتى ٨٩ .

٢) إذا كانت المجموعة غير منتهية ويمكن ترتيب عناصرها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً يمكن كتابتها بطريقة رصد العناصر كما في المجموعة ص في المثال السابق مع العلم بأن النقاط تعني العنصر ٨ والعناصر الزوجية التالية إلى ما لا نهاية.

١) ميّز (ميِّزي) المجموعات المنتهية والمجموعات غير المنتهية:

س = { س : س مضاعف من مضاعفات العدد ٤ }

ص = { س : س مثلث قائم الزاوية }

ع = { ص : ص مواطن سوداني }

هـ = { ١١، ١٣، ١٥ }

ل = { س : س نقطة من نقاط خط المستقيم }

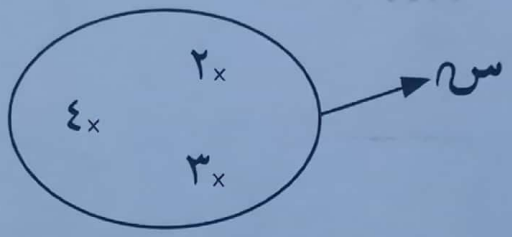
٢) سمِّ / سمِّي ٥ مجموعات منتهية و ٥ مجموعات غير منتهية.

Scanned by CamScanner

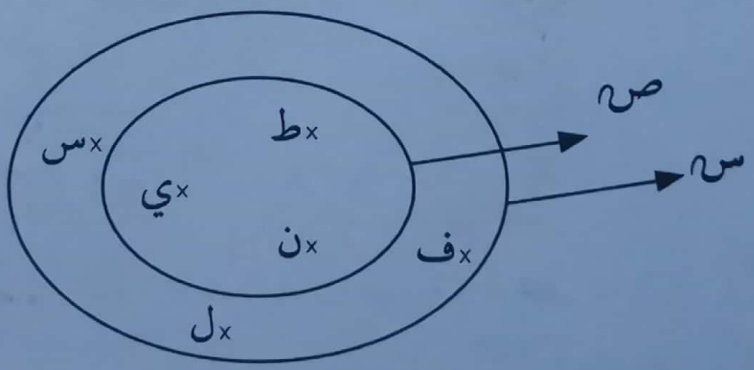
الدرس السابع - ثالثاً :أشكال ڤن

أشكال ڤن طريقة ثالثة للتعبير عن المجموعات ولكن بشرط أن تكون غير خالية، وترجع التسمية لجون ڤن العالم البريطاني الجنسية (١٨٣٤ - ١٩٢٣م).
وهي أشكال هندسية دائرية أو بيضاوية أو منحنيات مغلقة أو مضلعات مختلفة توضع بداخلها أحياناً نقط لتدل على عناصرها إذا كان عدد عناصر المجموعة قليلاً.
إذا كان التمثيل لأكثر من مجموعة في مثال واحد نرسم أشكالاً متداخلة أو متقاطعة أو منفصلة كما يأتي:

١) س = { ٢، ٣، ٤ }



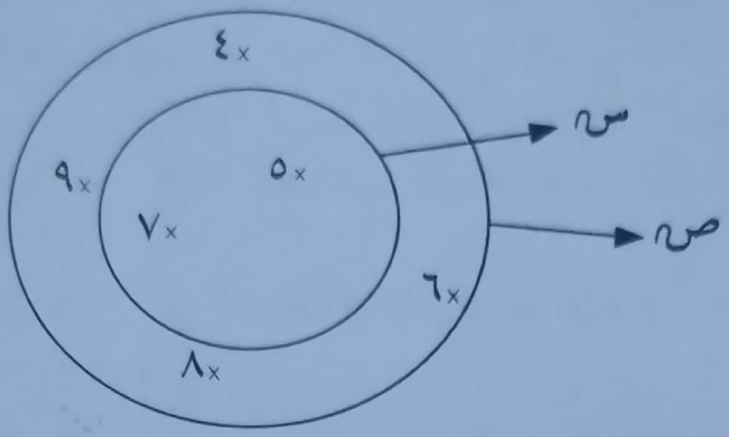
٢) س = { س : س حرف من أحرف كلمة فلسطين }
ص = { ص : ص حرف من أحرف كلمة طين }



Scanned by CamScanner

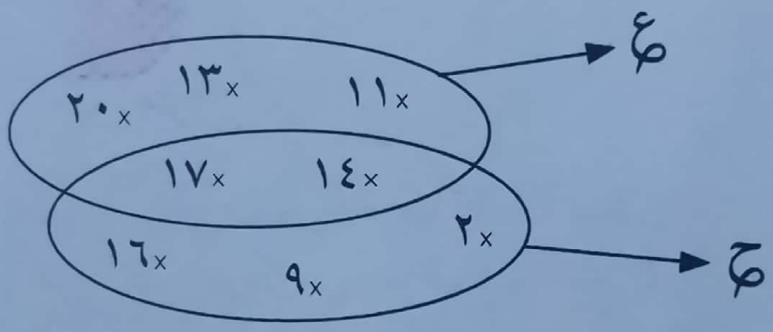
٣) س = {س : س عدد فردي بين ٤، ٨}

ص = {٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}



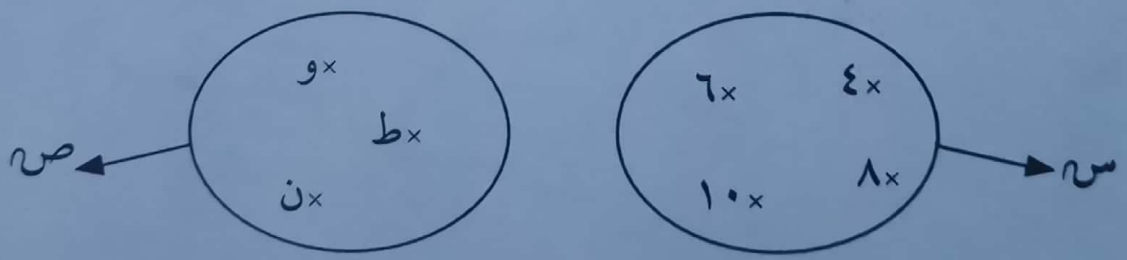
٤) ع = {١١، ١٣، ١٤، ١٧، ٢٠}

ح = {٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٧}



٥) س = {س : س عدد زوجي بين ٢، ١١}

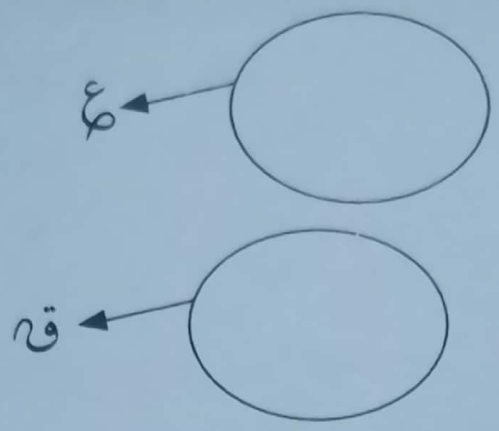
ص = {ص : ص حرف من أحرف كلمة وطن}



٦) ع = {١، ٣، ٥، ... ، ١٠١}

Scanned by CamScanner

٧) ق = { ٢، ٤، ٦، ... }



لاحظ (لاحظي) أنه في المجموعتين الأخيرتين نكتفي برسم الشكل (فقط) ونكتب الرمز الذي يشير إلى المجموعة لأن عدد العناصر إما كبيراً أو لا نهائياً.

تمرين (٧)

مثل (مثلي) ما يأتي بأشكال ڤن:

١) مجموعة عوامل العدد ٨

٢) مجموعة أيام الأسبوع.

٣) ع = { ١، ٢، ٣، ... }

٤) س = { ٣، ٤، ١١، ١٥ }

ص = { ٣، ١١ }

٥) ح = { ل : ل عدد فردي بين ٧، ٨٧ }

٦) ل = { س : س رقم من أرقام العدد ١٩٦٣ }

و = { ص : ص حرف من حروف كلمة مدرسة }

٧) مجموعة أحرف كلمة أحمد

مجموعة أحرف كلمة محمد

٨) س = { ١، ٣، ٥ }

ص = { س : س عدد زوجي أكبر من ٤ وأقل من ٩ }

Scanned by CamScanner

تأمل (تأملي) المجموعات التالية:

س = { ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ }

ص = { ٢، ٣، ٥ }

ع = { ٠، ٤، ٦ }

ما العلاقة بين عناصر المجموعتين س ، ص ؟

ما العلاقة بين عناصر المجموعتين ع ، س ؟

يظهر أن كل عنصر ينتمي إلى ص ينتمي إلى س .

وكل عنصر ينتمي إلى ع ينتمي إلى س .

هل يصح العكس في الحالتين السابقتين ؟

نلاحظ أيضاً أن س تحتوى ص أو ص محتواة في س وأن س تحتوى ع و ع محتواة في س .

تعريف

نقول إن ص مجموعة جزئية من س إذا كان كل عنصر من ص ينتمي إلى س .

ونكتب ص ⊂ س ونقرأ ص جزئية من س أو ص محتواة في س

كذلك ع ⊂ س تقرأ ع جزئية من س أو ع محتواة في س.

لاحظ (لاحظي) الفرق بين الرمز ∈ والرمز ⊂

الأول يستعمل بين عنصر ومجموعة مثل س ∈ ص

والثاني يستعمل بين مجموعة ومجموعة أخرى مثل ص ⊂ س

{٣، ٥} ⊂ {٢، ٣، ٥، ٧}

٤ ∈ {١، ٤، ٨}

Scanned by CamScanner

نقول أن المجموعة ص ليست جزئية من المجموعة س إذا وجد على الأقل عنصر واحد ينتمي إلى ص ولا ينتمي إلى س.
ونكتب ص ⊄ س ونقرأ ص ليست جزئية من س أو ص غير محتواة في س.

{١، ٦} ⊄ {١، ٥، ٩}
لأن ٦ عنصر في {١، ٦} وليس عنصراً في {١، ٥، ٩}
{٢، ٣، ٤} ⊄ {٦، ٧، ٨}
لأنه يوجد عنصر الأقل في {٢، ٣، ٤} لا تنتمي إلى {٦، ٧، ٨}
∅ ⊂ س لماذا ؟

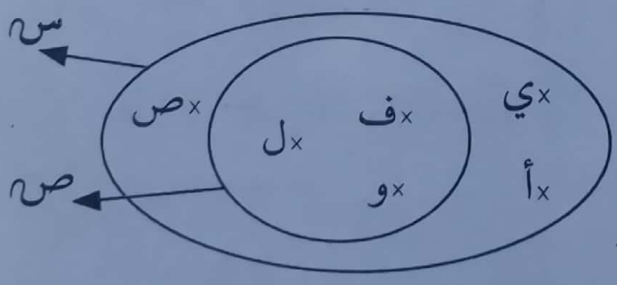
نظرية

∅ ⊂ س لكل مجموعة س لأنه ليس هنالك عنصر في ∅ وغير موجود في س أي إنَّ (∅ جزئية من أي مجموعة).

مثال (١)

إذا كانت س مجموعة أحرف كلمة فول و ص مجموعة أحرف كلمة فاصوليا، اكتب/ اكتبي كلاً من س، ص برصد العناصر ثم وضح (وضحي) في شكل ڤن.

الحل



س = { ف، و، ل }
ص = { ف، ا، ص، و، ل، ي }

بما أن كل عنصر في س ينتمي إلى ص فإن س ⊂ ص

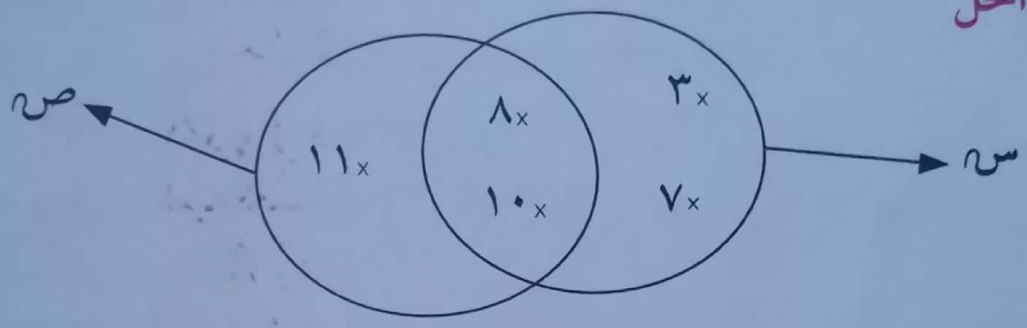
Scanned by CamScanner

مثال (٢)

إذا كانت س = { ٣، ٧، ٨، ١٠ } ، ص = { ٨، ١٠، ١١ }

عبّر (عبِّري) عن س ، ص بشكل فن ثم وضح (وضِّحي) من الشكل إذا كانت ص ⊂ س .

الحل



ص ⊄ س لأن ١١ ∈ ص ، ١١ ∉ س

مثال (٢)

اكتب (اكتبي) المجموعات الجزئية للمجموعة { ٢، ٥، ٧ }

الحل

المجموعات الجزئية هي:

∅ ، {٢} ، {٥} ، {٧} ، {٢، ٥} ، {٢، ٧} ، {٥، ٧} ، {٢، ٥، ٧}

لاحظ (لاحظي) أن ∅ مجموعة جزئية من أي مجموعة، وأن أي مجموعة جزئية من نفسها.

Scanned by CamScanner

تمرين (٨)

١) إذا كانت س ∩ = {س : س عاصمة ولاية من ولايات السودان }
أي المجموعات الآتية جزئية من س ∩ ؟

أ/ {القضارف، كسلا، دنقلا }

ب/ { تندلتي، الدويم، بورتسودان}

جـ/ { القاهرة، الأبيّض، مدني }

٢) فيما يلي ضع (ضعي) الرمز المناسب ∃ ، ∄ ، ⊃ ، ⊅ لتصبح العبارة صحيحة:

أ/ { أ، جـ } ..... { أ، ب، جـ، د }

ب/ ∅ ..... { س ، ص ، ع }

جـ/ ٩ .....{٢، ٤، ٧ }

د/ {أ،٣}.....{ ٢، أ، ٤، ب}

هـ/ ٥ .....{٣، ٥، ٧، ٩ }

٣) اكتب/ اكتبي جميع المجموعات الجزئية من المجموعة {١، ٢}

٤) وضّح/ وضحي بشكل فن العلاقة بين المجموعات س ∩ ، ص ∩ ، ع

س ∩ = { أ، ب، جـ } ، ص ∩ = { ٤، ب، ٦}، ع = { أ، جـ}

Scanned by CamScanner

إذا كانت س هي مجموعة أحرف كلمة فرس، ص هي مجموعة أحرف كلمة سفر.

نجد أن:

س = { ف، ر، س } ، ص = { س، ف، ر }

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

في هذه الحالة نقول إن س تساوي ص وتكتب:

س = ص

تعريف

س = ص إذا كانت جميع عناصر إحداهما هي نفس عناصر الأخرى.

أي إذا كان كل عنصر في س ينتمي إلى ص وكل عنصر في ص ينتمي إلى س (س ⊂ ص ، ص ⊂ س)

وإذا وجد عنصر واحد على الأقل في إحدى المجموعتين س أو ص لا ينتمي للمجموعة الأخرى فإن: س ≠ ص

مثال (١)

وضح (وضِّحي) إذا ما كانت س = ص فيما يأتي:

س = { س : س حرف من أحرف كلمة بصر }

ص = { ص : ص حرف من أحرف كلمة صبر }

Scanned by CamScanner

الحل

س = { ب، ص، ر }

ص = { ص، ب، ر }

بما أن:

س ⊃ ص ، ص ⊃ س

إذن: س = ص

مثال (٢)

وضح/ وضِّحي ما إذا كانت ص = ع فيما يأتي:

ع = {٣، ٥، ٧}

ص = { ص : ص عدد فردي بين ١ ، ١١ }

الحل

ع = {٣، ٥، ٧}

ص = {٣، ٥، ٧، ٩}

نجد أن ٩ ∈ ص ، ٩ ∉ ع

∴ ص ≠ ع

Scanned by CamScanner

تمرين (٩)

١) وضح (وضحي) ما إذا كانت س ⊆ ص فيما يأتي مع ذكر السبب:

(أ) س = مجموعة أحرف كلمة فرح

ص = {س : س حرف من أحرف كلمة أفراح}

(ب) س = { ٢، ٧، ٣، ٤، ٨ }

ص = {٣،٢، ٤، ٧، ٨ }

(ج) س = { س : س رقم من أرقام العدد ٦٤٩٩١٥ }

ص = { س : س رقم من أرقام العدد ٤٦٦٩٥١ }

٢) ضع (ضعي) = أو ≠ في المكان الخالي:

{٣، ٦} ..... {٦، ٣}

{ص} ..... {ع}

{٥، ٣، ٦} ..... {٣، ٦، ٥}

{أ، ب، جـ، هـ} ..... {ب، جـ، س، هـ}

{٢٤٩} ..... {٩، ٤، ٢}

∅ ..... {٠}

{س : س عدد زوجي أكبر من ٣} ..... {٤، ٦، ٨، ... }

٣) إذا كانت {٣، ٤، س، ٧} = {٧، ٣، ١، ٤}، فما قيمة س ؟

Scanned by CamScanner

الحل

س = {ب، ص، ر}

ص = {ص، ب، ر}

بما أن:

س ⊂ ص، ص ⊂ س

إذن: س = ص

مثال (٢)

وضح/ وضِّحي ما إذا كانت ص = ع فيما يأتي:

ع = {٣، ٥، ٧}

ص = {ص : ص عدد فردي بين ١ ، ١١}

الحل

ع = {٣، ٥، ٧}

ص = {٣، ٥، ٧، ٩}

نجد أن ٩ ∈ ص ، ٩ ∉ ع

∴ ص ≠ ع

Scanned by CamScanner

مثال (١)

إذا كانت س = { س : س رقم من أرقام العدد ٣٩٠٥ }

فإن س = { ٥، ٠، ٩، ٣ }

وإذا كانت ص = { ص : ص رقم من أرقام العدد ٢٧٨٨ }

فإن ص = { ٨، ٧، ٢ }

وإذا كانت ع = { ٤، ١، ٦، ٥ }

افترض (افترضي) أن هناك مجموعة ك بحيث تنتمي كل عناصر المجموعات س، ص، ع إلى هذه المجموعة الجديدة.

اكتب (اكتبي) ك بطريقة رصد العناصر.

الحل

واضح أن ك = { ٥، ٠، ٩، ٣، ٨، ٧، ٢، ٤، ١، ٦ } وأنّ:

س ⊂ ك

ص ⊂ ك

ع ⊂ ك

مثال (٢)

إذا كانت ع = { س : س حرف من أحرف كلمة سلام }

فإن ع = { ا، س، ل، م }

وإذا كانت ح = { ص : ص حرف من أحرف كلمة شهرزاد }

فإن ح = { ش، هـ، ر، ز، ا، د }

وإذا كانت خ = { ك، ع، س، م }

اكتب المجموعة ن بحيث تنتمي كل عناصر المجموعات:

ع، ح، خ إلى ن

Scanned by CamScanner

الحل

ν = {ا، س، ل، م، ش، هـ، ر، ز، د، ك، ع}

وأنّ:

$ع \supset \nu$

$ح \supset \nu$

$خ \supset \nu$

في الأمثلة السابقة وأمثلة أخرى أيضاً نسمي هذه المجموعات الجديدة في كل حالة بالمجموعة الشاملة ونرمز لها بالرمز $ش$ دائماً.

لذلك نعتبر في الأمثلة السابقة أن:

$ش = ص$ في المثال (١)

$ش = \nu$ في المثال (٢)

كما أنه يمكن اختيار $ش$ في مسألة أخرى:

$ش$ = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠}

مما سبق يمكن ملاحظة الآتي:

١) توجد أكثر من مجموعة تصلح أن تكون مجموعة شاملة.

٢) تختلف المجموعة الشاملة من مثال لآخر.

٣) تمثل عادة المجموعة الشاملة في أشكال ڤن بمستطيل يحوي داخله منحنيات مغلقة تمثل المجموعات الجزئية في المثال المعني.

Scanned by CamScanner

مثال (٣)

وضح (وضحي) بشكل فن المجموعات الآتية:

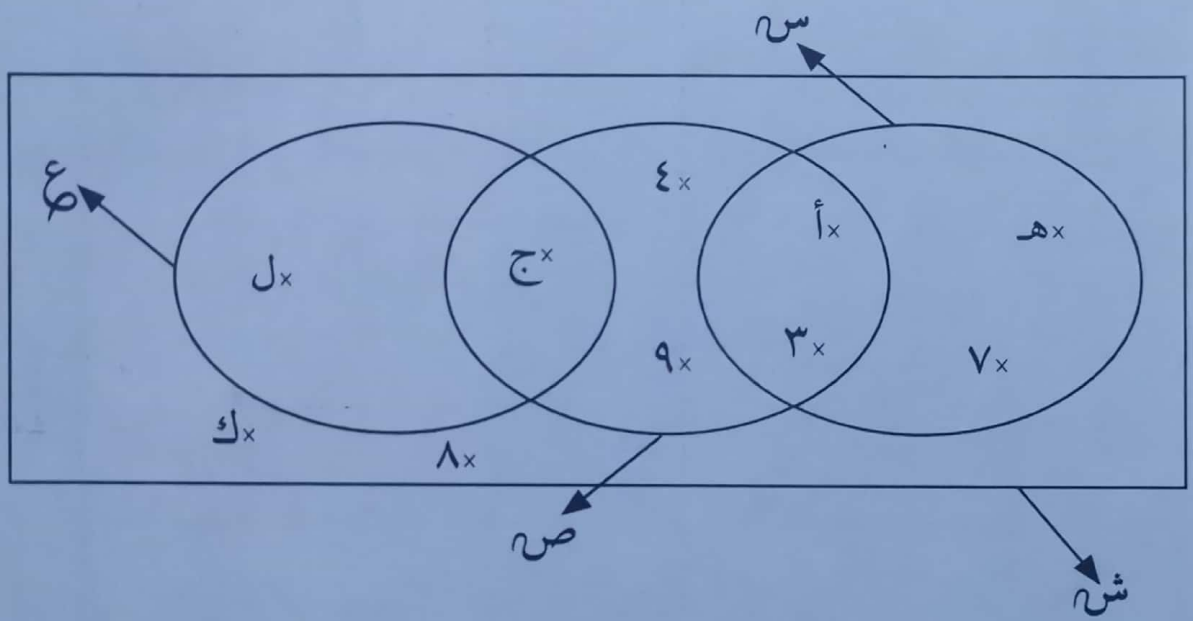
ش = { ٣، هـ، ج، ٤، ٧، ل، ٩، أ، ٨، ك }

س = { هـ، ٧، ٣، أ }

ص = { ج، ٣، ٩، ٤، أ }

ع = { ل، ج }

الحل



Scanned by CamScanner

تمرين (١٠)

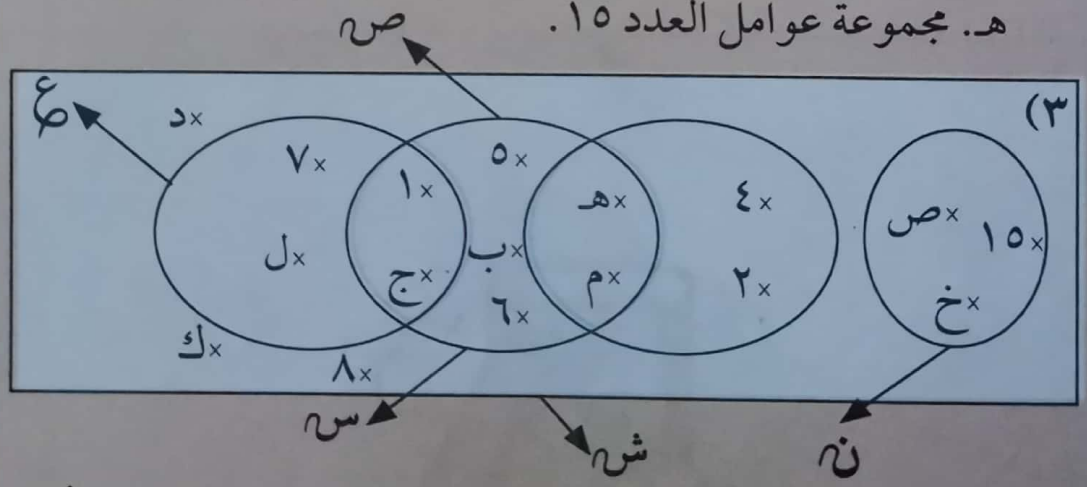
١) اكتب(اكتبي) مجموعة واحدة تصلح لتكون مجموعة شاملة في كل حالة آتية:

(أ) ص = { عطبرة، الدامر }
ع = {بربر، شندي، أبوحمد }
(ب) س = {ل ، ق، س }
ص = { أ، ط }
ع = { ن، ي، هـ }
(ج) س = {٦، ١، ٥ }
ص = {س : س عامل من عوامل ١٦}
ع = مجموعة الأرقام الزوجية بين ٢، ٩

٢) إذا كانت ش = {١، ٢، ٣، ...، ٢١ }
اكتب(اكتبي) المجموعات الجزئية من ش في الحالات التالية:

أ. مجموعة مضاعفات العدد ٣ .
ب. مجموعة الأعداد التي تقبل القسمة على ٦ .
ج. مجموعة الأعداد التي تقبل القسمة على ٧.
د. مجموعة الأعداد الفردية.
هـ. مجموعة عوامل العدد ١٥ .

٣)



مستعيناً(مستعينة)بشكل فن أعلاه اكتب(اكتبي) المجموعات ش، س ، ص، ع ، ن بطريقة رصد العناصر.

Scanned by CamScanner

تمرين عام

١) اختر (اختاري) حرفاً من الحروف الهجائية العربية اسماً لكل مجموعة فيما يلي ثم اكتب (اكتبي) المجموعة برصد عناصرها ثم بطريقة الصفة المميزة.

(أ) مجموعة الأعداد الأولية.

(ب) مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١٢

(ج) مجموعة عوامل العدد ٢٠

(د) مجموعة مضاعفات العدد ٢

مثّل(مثّلي) المجموعتين (ب) ، (ج) بشكل ڤن.

٢) ما المجموعات المنتهية وغير المنتهية في السؤال (١) .

٣) إذا كانت ص = {٢، ٤، ٥، ١١}

ضع(ضعي) أمام العبارات الصحيحة (√) وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة:

٤ ∈ ص	{٢، ٥} ∈ ص
١١ ∈ ص	{١، ٢، ٤} ⊂ ص
{٤، ٥} ⊄ ص	{١١} ∈ ص
{٢، ١١} ⊂ ص	∅ ⊂ ص
٥ ∉ ص	١ ∈ ص

٤) عيّن/ عيني المجموعات المتساوية فيما يلي:

(أ) س = {١، ٤، ٦}

ص = {٠، ١، ٦}

Scanned by CamScanner

(ب) مجموعة مضاعفات العدد ٤

{ ٤، ٨، ١٢، ... }

(ج) { ص : ص أحد عوامل ٨ }

{١، ٢، ٤، ٨ }

(د) {س : س عدد فردي بين ٣، ١٥}

{٣، ٥، ٩ }

٥) بيّن(بيّني) أي المجموعات الآتية جزئية من الأخرى:

س = { ٢، ٤، ٧} ، ص = {٤}

ع = {٥، ٦} ، ل = { ٤، ٥، ٨ }

٦) إذا كانت ص = { أ، ٥، ب، ٩}

أ) اكتب (اكتبي) جميع المجموعات الجزئية الأحادية.

(ب) اكتب (اكتبي) جميع المجموعات الجزئية ذوات العنصرين.

(ج) اكتب (اكتبي) جميع المجموعات الجزئية ذوات الثلاثة عناصر.

(د) اكتب (اكتبي) المجموعات الجزئية للمجموعة ص .

٧) إذا كانت ش = {ص : ص عدد زوجي بين ١ ، ٢٣}

س = { ٦، ٨، ١٠}

ص = {٢، ٤، ١٢، ١٤، ١٦}

ع = {٤، ١٢، ١٦}

مثّل(مثّلي) ش، س، ص، ع في شكل ڤن.

Scanned by CamScanner

الوحدة الثانية

مجموعة الأعداد الصحيحة والعمليات عليها

Scanned by CamScanner

الدرس الأول - مجموعة الأعداد الصحيحة

تقابلنا في الحياة اليومية أوضاع متعاكسة كثيرة لا يمكن التعبير عنها من خلال مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد الكلية التي درستها من قبل ، مثلاً:

١) إذا كان ارتفاع برج سكني (١٥) طابقاً فوق سطح الأرض فكيف نعبر عن ارتفاع (٣) طوابق تحت سطح الأرض .

٢) تقع النقطة أ فوق سطح البحر، والنقطة (ب) على سطح البحر، والنقطة جـ تحت سطح البحر، حيث تقطع النقطة أ على ارتفاع (٥٠) متراً فوق سطح البحر، وتقع النقطة ب على سطح البحر، وتقع النقطة جـ على بعد(٥) متر تحت سطح البحر.

ما ارتفاع أ من سطح البحر.....

ما ارتفاع ب من سطح البحر.....

ما ارتفاع جـ من سطح البحر.....

٣) في حالات الطقس نجد أن درجات الحرارة في المدينة (أ) ٤٥ درجة مئوية ، وفي المدينة (ب) صفر درجة مئوية ، والمدينة (جـ) ٥ تحت الصفر.

ما درجة الحرارة في المدينة أ.....

ما درجة الحرارة في المدينة ب.....

ما درجة الحرارة في المدينة جـ.....

ماذا تعنى عبارة تحت الصفر.....

من الأمثلة السابقة نجد أن هناك كميات ومقادير أقل من الصفر ، لذا اكتشفت أعداد أخرى سميت بالأعداد السالبة.

Scanned by CamScanner

فإذا كان المقدار أقل من الصفر بواحد سمى العدد سالب واحد، ويكتب (-١).

وإذا كان المقدار أقل من الصفر بثلاثة سمى العدد سالب ثلاثة، ويكتب (-٣).

وإذا كان المقدار أقل من الصفر بأربعة سمى العدد سالب أربعة ، ويكتب (-٤).

أما الإعداد الأكبر من الصفر فتسمى بالأعداد الموجبة والعدد الموجب يميز بالرمز (+)

مثلاً موجب ٣ يكتب + ٣ ولكن كثيراً ما نكتبه مجرداً من الرمز (+) مثلاً ٣ تعنى موجب ٣.

وكل عدد سالب له نظير في الأعداد الموجبة فنظير العدد (-١) هو ١ ونظير العدد (-٥) هو ٥

و تعرف هذه النظائر بالنظائر الجمعية.

فكل عدد موجب له نظير جمعي في الأعداد السالبة وكل عدد سالب له نظير جمعي في الأعداد الموجبة ونظير الصفر هو الصفر نفسه.

ويسمى اتحاد مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد السالبة المناظرة لها والمجموعة {٠} مجموعة الأعداد الصحيحة ويرمز لها بالرمز ص ∩ وتكتب :

ص ∩ = {... ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ...}

نلاحظ أن مجموعات الاعداد ط ، ك ، ص ∩ مجموعات غير منتهية

حيث ط ⊂ ك ⊂ ص ∩.

Scanned by CamScanner

مثال (٣)

اذكر (اذكري) النظير الجمعي لكل عدد مما يلي:

١٥ ، -١٣، -٥، ٨، ٩

الحل

النظير الجمعي للعدد ١٥ هو -١٥	النظير الجمعي للعدد -٥ هو ٥
النظير الجمعي للعدد -١٣ هو ١٣	النظير الجمعي للعدد ٩ هو -٩
النظير الجمعي للعدد ٨ هو -٨	

Scanned by CamScanner

تمرين (١)

١/ اكتب (اكتبي) الأعداد الصحيحة الآتية:

(أ) الأكبر من ٥ والأصغر من ١٥.

(ب) الأصغر من ٥ والأكبر من صفر.

(ج) الأقل من صفر.

٢/ اذكر (اذكري) النظير الجمعي لكل عدد مما يلي:

٥ ، -١٧ ، -١٥ ، ١٠ ، ٩ ، -٤

٣/ ضع (ضعي) علامة (√) أما كل عبارة صحيحة مما يلي:

(أ) -١٥ ∈ ص ( )

(ب) ٣٧ ∈ ص ( )

(ج) صفر ∉ ص ( )

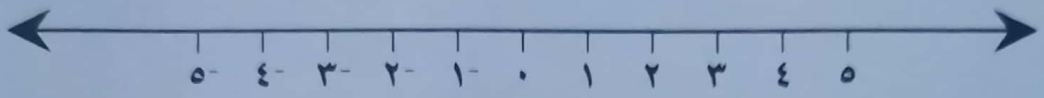
(د) -٨ ∉ ط ( )

Scanned by CamScanner

الدرس الثاني- تمثيل الأعداد الصحيحة على الخط العددي ومقارنتها

(١) تمثيل الأعداد الصحيحة على الخط العددي :

ارسم(ارسمي) خطاً مستقيماً ثم خذ(خذي) النقطة (٠) وسط هذا الخط وإلى يمين النقطة (٠) مثل النقاط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٠٠٠ بحيث البعد بينهما متساوياً وإلى اليسار النقاط -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ٠٠٠ كما يلي :



نلاحظ أن

مجموعة الأعداد الصحيحة غير منتهية في الاتجاه الموجب والاتجاه السالب.

مثال(١)

على الخط العددي وضح(وضحي) الأعداد الآتية:

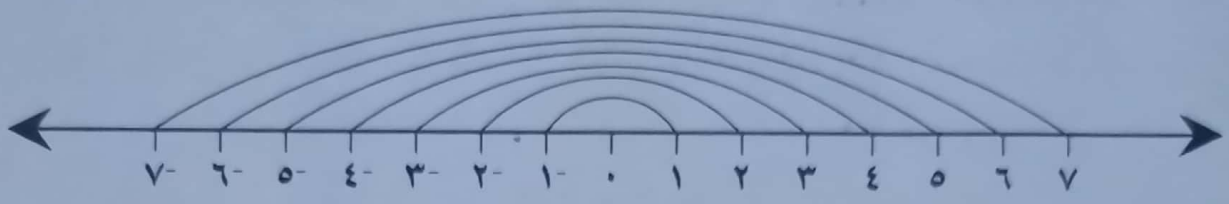
٧ ، ٣ ، -٥ ، -٢ ، -٧ ، ٤

الحل

Scanned by CamScanner

(٢) مقارنة الأعداد الصحيحة

إذا كان بُعد عدد يمين الصفر يساوى بُعد عدد يسار الصفر يقال أن العددين أنهما متناظران ، أي كلٍ منهما نظير الآخر كما يلي:



نلاحظ أنه كلما تحركنا على خط الأعداد إلى اليمين في الاتجاه الموجب نحصل على عدد صحيح أكبر، وكلما تحركنا إلى اليسار في الاتجاه السالب نحصل على عدد صحيح أصغر مثلاً إذا بدأنا بالعدد ٥ وتحركنا في الاتجاه الموجب نجد العدد ٦ حيث ٦ > ٥ أما إذا تحركنا في الاتجاه السالب نجد العدد ٤ حيث ٤ < ٥ وبالطريقة نفسها إذا تحركنا من العدد -٥ اتجاه الموجب نجد العدد -٤ بحيث -٤ > -٥ وإذا تحركنا في الاتجاه السالب نجد العدد -٦ بحيث -٦ < -٥ .

مثال(٢)

رتب (رتبي) الأعداد الآتية تصاعدياً

-٢٥ ، ٢٠ ، ٤٠ ، -٨ ، -٢٠

الحل

-٢٥ ، -٢٠ ، -٨ ، ٢٠ ، ٤٠

Scanned by CamScanner

مثال (٣)

ضع (ضعي) علامة > أو < بين كل عددين مما يأتي في المكان الخالي :

(أ) ١٠ ☐ ٧

(ب) ٤ ☐ ٨

(جـ) ٣ ☐ -٥

(د) صفر ☐ أي عدد موجب

(هـ) -٢٠ ☐ -١٢

الحل

(أ) ١٠ > ٧

(ب) ٤ < ٨

(جـ) ٣ > -٥

(د) صفر < أي عدد موجب

(هـ) -٢٠ < -١٢

Scanned by CamScanner

تمرين (٢)

١ / على الخط العددي مثل (مثلي) الأعداد الآتية:

-٧ ، ٣ ، -٢ ، ٠ ، -٦ ، ٥ ، -٤ ، ٤

٢ / اكتب (اكتبي) بالترتيب الأعداد الثلاثة التي تلي آخر عدد حسب نمط التسلسل:

(أ) ٦ ، ٥ ، ٤ ، ... ،

(ب) -٧ ، -٦ ، -٥ ، ... ،

(جـ) ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ ، ... ،

٣ / أكمل (أكملي) ترتيب الأعداد التالية حسب نمط تسلسلها:

(أ) ..... ، ..... ، ..... ، ٨ ، ١٠ ، ١٢

(ب) ..... ، ..... ، ..... ، -٧ ، -١١ ، -١٥

(جـ) ..... ، ..... ، ..... ، ١٩ ، ٢٢ ، ٢٥

٤ / ضع (ضعي) علامة > أو < بين كل عددين فيما يلي:

(أ) ٨ ☐ ٢

(ب) ٣ ☐ ٨

(جـ) صفر ☐ ٣

(د) صفر ☐ -٢

(هـ) -٢٠ ☐ -٤٠

٥ / رتب (رتبي) الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً

٥ ، ١٠ ، -٤ ، ١٦ ، -٦ ، -٨ ، ١٦

٦ / رتب (رتبي) الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً

١٨ ، ١٠ ، -١٤ ، -٥٠ ، ١ ، ٠ ، -٢ ، ٤٠ ، -٨

Scanned by CamScanner

باستخدام خط الأعداد التالي :

كم تبعد النقاط أ، ب ، جـ، د عن النقطة و ؟

$\overline{وأ}$ = ٦ وحدات

$\overline{وب}$ = ٤ وحدات

$\overline{وجـ}$ = ٣ وحدات

ود = ٥ وحدات

يمكن تعريف القيمة المطلقة لعدد ما كما يلي :

القيمة المطلقة لعدد ما ، هي عدد الوحدات التي تبعدها النقطة الممثلة لهذا العدد عن نقطة الصفر على الخط العددي.

و يرمز للقيمة المطلقة للعدد أ بالرمز | أ | وهي دائماً قيمة موجبة إذا كان (أ) موجباً أو سالباً، وتكون صفراً إذا كان صفراً.

مثلاً

|٤| = ٤

|-٣| = ٣

|-٧| = ٧

|صفر| = صفر

Scanned by CamScanner

مثال(١)

جد (جدي) القيمة المطلقة للأعداد:

٢٦ ، - ١١ ، - ٩٦

الحل

|٢٦| = ٢٦

|-١١| = ١١

|-٩٦| = ٩٦

مثال(٢)

جد (جدي) قيمة مما يلي:

(أ) |١٧| + |-١٣|

(ب) |-٣٥| - |-١٠|

(ج) |١٠| - |-٥| + |-١٥|

(د) |٢٥| - |-١٠| - |٢٠| + |-٥|

الحل

(أ) |١٧| + |-١٣| = ١٧ + ١٣ = ٣٠

(ب) |-٣٥| - |-١٠| = ٣٥ - ١٠ = ٢٥

(ج) |١٠| - |-٥| + |-١٥| = ١٠ - ٥ + ١٥ = ٢٠

(د) |٢٥| - |-١٠| - |٢٠| + |-٥| = ٢٥ - ١٠ - ٢٠ + ٥ = صفر

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

١ / جد (جدي) القيمة المطلقة لما يأتي :

-١٥ ، -١٩ ، ٢٣ ، ٤٥ ، -٥٠ ، صفر ، -١٢٣

٢ / جد (جدي) قيمة ما يأتي:

(أ) |١٧| + |-٢١| - |-١٥|

(ب) |-٢٥| - |١٥| + |-٤٥|

(جـ) |٣٥| - |-٥٠| - |-١٥٠| - |١٠٠|

(د) |٦٠| - |٤٠| + |-٤٠| - |٥٠| - |-٣٠|

(هـ) |٠| + |-١٠| - |١٥| + |-٢٠|

Scanned by CamScanner

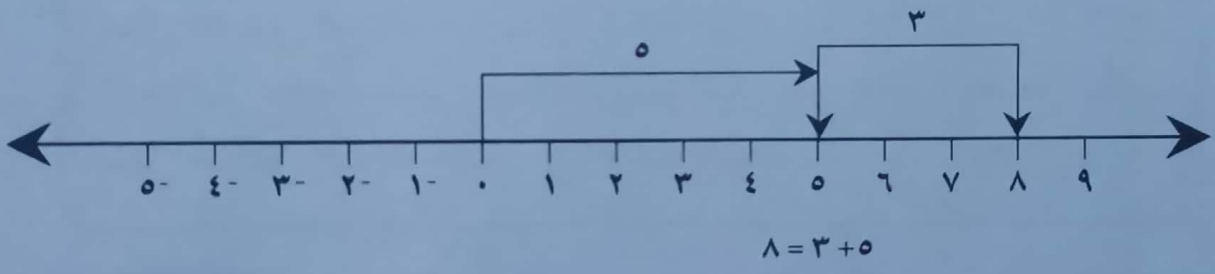
(أ) جمع الأعداد متحدة الإشارة :

عند جمع عدد صحيح موجب إلى عدد صحيح موجب نستعمل خط الأعداد حيث نبدأ من النقطة صفر ونتجه إلى اليمين بسهم طوله يساوي عدد وحدات العدد الأول ومن النقطة التي ينتهي عندها السهم و بالطريقة نفسها نتجه إلى اليمين لعدد وحدات العدد الثاني ويكون جمع العددين هو العدد الذي تمثله نقطة نهاية السهم الثاني كما في المثال التالي :

مثال(١)

باستعمال خط الأعداد أجر(أجري) عملية الجمع ٥ + ٣

الحل



٥ + ٣ = ٨

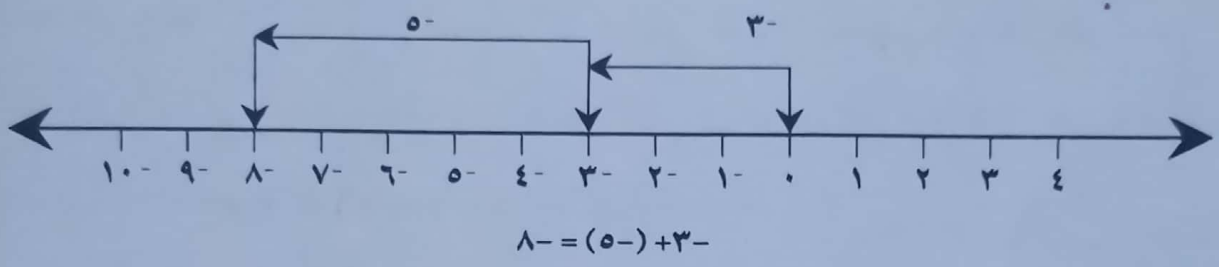
وعند جمع عدد صحيح سالب إلى عدد صحيح سالب نستعمل خط الأعداد حيث نبدأ من نقطة الصفر ونتجه إلى اليسار بسهم طوله يساوى عدد وحدات العدد الأول ومن النقطة التي ينتهي عندها السهم و بالطريقة نفسها نتجه إلى اليسار بعدد وحدات العدد الثاني ويكون جمع العددين هو العدد الذي تمثله نقطة نهاية السهم الثاني كما في المثال التالي :

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

باستعمال خط الأعداد أجر (أجري) عملية الجمع ٣- + (٥-) = ٨-

الحل



٣- + (٥-) = ٨-

من الأمثلة السابقة يمكننا الوصول إلى القاعدة التالية:

قاعدة

١. حاصل جمع عددين صحيحين موجبين هو عدد صحيح موجب يمثل حاصل جمع الوحدات في الاتجاه الموجب.

٢. حاصل جمع عددين صحيحين سالبين هو عدد صحيح سالب يمثل حاصل جمع الوحدات في الاتجاه السالب.

مثال

١. إذا قمنا بجمع عددين صحيحين موجبين نجمع جمعاً عادياً ونضع الإشارة المشتركة بينهما مثل ٧ + ٨ = ١٥

٢. إذا قمنا بجمع عددين صحيحين سالبين نجمع جمعاً عادياً ونضع الإشارة المشتركة بينهما مثل (-٩) + (-٨) = - ١٧

Scanned by CamScanner

تمرين (٤)

جد (جدي) قيم ما يأتي:

(أ) ٥ + ٧

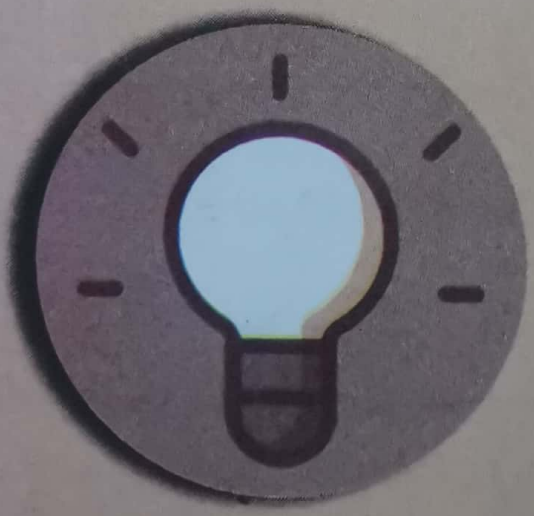
(ب) -٥ + (-٧)

(جـ) -٣ + (-٦)

(د) ١٠ + ٥

(هـ) -١١ + (-١٢)

(و) ٢٥ + ١٧



Scanned by CamScanner

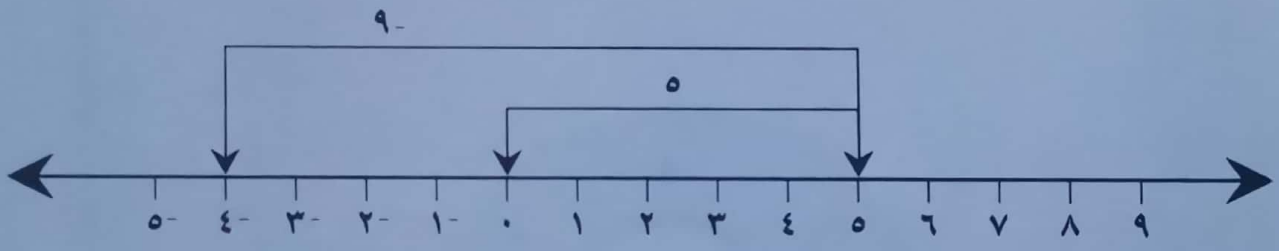
مثال (١)

باستعمال خط الأعداد جد (جدي) قيم ما يأتي:

أ) ٥ + (-٩)　　ب) -٦ + ١٠　　جـ) ٧ + (-٧)

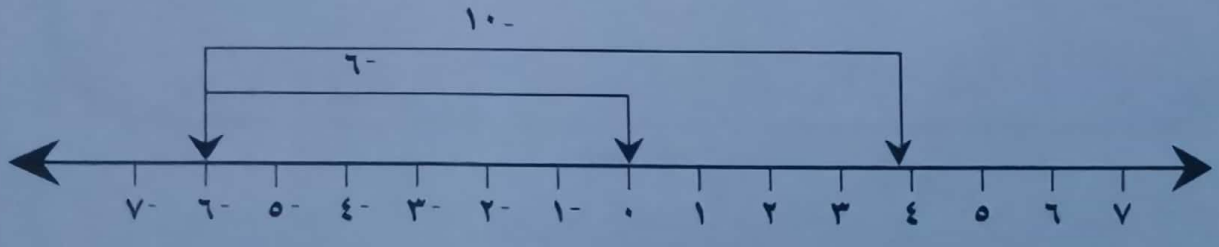
الحل

(أ) ٥ عدد موجب، - ٩ عدد سالب، إذن نمثل ٥ بسهم طوله ٥ وحدات في الاتجاه الموجب، ثم نتبعه بسهم طوله ٩ وحدات في الاتجاه السالب فنجد أنّ السهم يشير إلى العدد - ٤ كما في الشكل التالي:



٥ + (- ٩) = - ٤

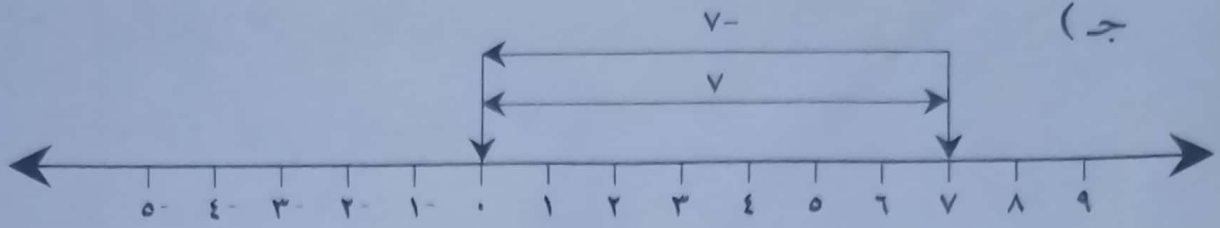
(ب) - ٦ عدد سالب، ١٠ عدد موجب، إذن نمثّل -٦ بسهم طوله ٦ وحدات في الاتجاه السالب، ثم نتبعه بسهم طوله ١٠ وحدات في الاتجاه الموجب فنجد أنّ السهم يشير إلى العدد ٤ كما في الشكل التالي:



-٦ + ١٠ = - ٤

Scanned by CamScanner

جـ)



$+٧ + (-٧) =$ صفر

من الأمثلة أعلاه نستنتج القاعدة التالية:

قاعدة

حاصل جمع عدد صحيح موجب ، وعدد صحيح سالب، هو عدد صحيح يمثل الفرق بين الوحدتين في العددين و يكون :

(١) موجب إذا كان عدد الوحدات الموجبة أكبر من عدد الوحدات السالبة..

(٢) سالب إذا كان عدد الوحدات السالبة أكبر من عدد الوحدات الموجبة.

(٣) صفر إذا كان عدد الوحدات الموجبة مساوياً لعدد الوحدات السالبة.

أي أن العدد الصحيح زائداً نظيره الجمعي يساوي صفر.

نتيجة

عند جمع عدد صحيح موجب وعدد صحيح سالب ، نطرح طرحاً عادياً ونأخذ إشارة العدد الأكبر .

مثل : $-٢٧ + ١٢ = -١٥$ ، $٢٥ + (-١٢) = ١٣$

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

جد قيم (قيمي) العمليات الآتية:

(أ) ١٥ + (-١٣)　　(ب) -٧ + ١٠

(جـ) -٢٠ + ١٥　　(د) ٠ + (-٦)　　(هـ) ٧ + (-٢) + ٤

الحل

(أ) ١٥ + (-١٣) = ٢　　(ب) -٧ + ١٠ = ٣

(جـ) -٢٠ + ١٥ = -٥　　(د) ٠ + (-٦) = -٦

(هـ) ٧ + (-٢) + ٤ = ١١ + (-٢) = ٩

تمرين (٥)

١/ جد(جدي) قيمة ما يأتي :

(أ) ٣٢ + (-٧)　　(د) -١٣ + ١٣

(ب) ١٥ + (-٦)　　(هـ) -٧ + ١١

(جـ) ١٠ + (-١٢)　　(و) -٨ + ٦ + (-٣)

٢/ ضع (ضعي) العدد الذي يعطي الجملة الصحيحة:

(أ) -٥ + ☐ = -٥

(ب) -٦ + ☐ = ٦

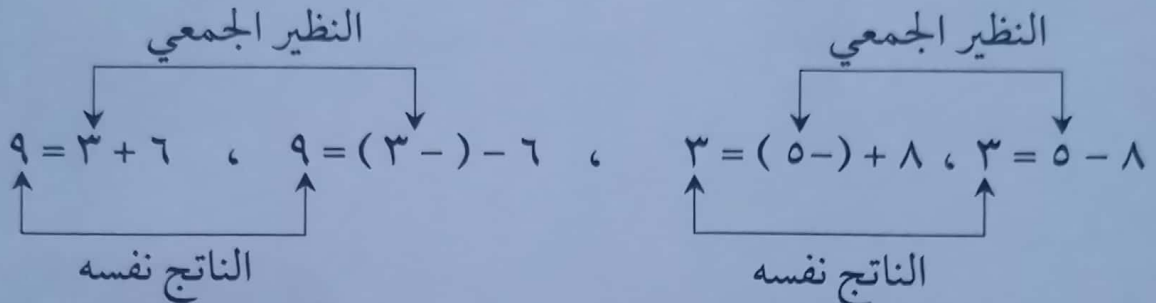
(جـ) -٩ + ☐ = صفر

(د) ☐ + (-٣) = ١٥

Scanned by CamScanner

الدرس السادس - عملية الطرح في مجموعة الأعداد الصحيحة

الجمع والطرح عمليتان متعاكستان و بذلك يمكن تحويل عملية الجمع إلى عملية طرح وعملية الطرح إلى عملية جمع مثلاً:



يتضح من الأمثلة السابقة أن طرح العدد يعني إضافة نظيره الجمعي.

أي أنه لكل أ، ب ∈ ص فإن :

١/ أ - ب = أ + (- ب)

٢/ أ - (- ب) = أ + ب

مثال (١)

جد (جدي) قيم ما يأتي:

(أ) ١١ - (-٨)　　(ب) -٢٥ - (-١٢)

(جـ) -١٨ - (-٨)　　(د) ٣٨٠ - ٤٥٠

Scanned by CamScanner

الحل

(أ) ١١ - (-٨) = ١١ + ٨ = ١٩

(ب) -٢٥ - (-١٢) = -٢٥ + ١٢ = -١٣

(جـ) -١٨ - (-٨) = -١٨ + ٨ = -١٠

(د) ٣٨٠ - ٤٥٠ = ٣٨٠ + (-٤٥٠) = -٧٠

تمرين (٦)

١/ اكتب (اكتبي) النظير الجمعي لكل مما يلي:

(أ) -٧ (ب) ١٨ (جـ) -(-٥) (د) (-٧-٨)

٢/ جد (جدي) ناتج كل مما يأتي:

(أ) -٥ - (-٢٠)

(ب) ١١٠ - (-٨٠)

(ج) -٧٠ - ٢٥

(د) ٩٠ - (-١١٠)

(هـ) -٩ - (١٥ - (-٦))

(و) (٢٥ - ١٠) - (-١٢)

(ح) ٢٢ - ٤١

Scanned by CamScanner

الدرس السابع - خواص عملية الجمع في مجموعة الأعداد الصحيحة

١/ خاصية الإغلاق:

هل حاصل جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح ؟

مثلا :

(أ) ٦ + ٧ = ١٣ ، (ب) -٨ + ٢ = -٦ ماذا تلاحظ (تلاحظين) من إجابات (أ)، (ب) ؟

نلاحظ مما سبق أن حاصل جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح وهذه الخاصية تسمى خاصية الإغلاق بالنسبة لعملية الجمع ، أي أن ناتج الجمع لم يخرج من مجموعة الأعداد الصحيحة وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ∈ ص ، نجد أن أ + ب ∈ ص

ونقول أن مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة بالنسبة لعملية الجمع .

٢/ خاصية الإبدال:

جد (جدي) ناتج الآتي:

أ/ ٥ + ٨ ، ٨ + ٥ ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

ب/ -٣ + ٤ ، ٤ + (-٣) ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ الآتي :

أ/ ٥ + ٨ = ٨ + ٥

ب/ -٣ + ٤ = ٤ + (-٣)

Scanned by CamScanner

أي انه إذا بادلنا بين موقعي العددين الصحيحين المجموعين لا يغير ذلك من ناتج الجمع وهذه الخاصية تسمى الخاصية الإبدالية وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ∈ ص فإن أ + ب = ب + أ

٣/ الخاصية التجميعية (الدامجة):

جد(جدي) ناتج الآتي :

أ/ (٣ + ٥) + ٧ ب / ٣ + (٥ + ٧) ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ أن :

(٣ + ٥) + ٧ = ٣ + (٥ + ٧)

وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ، جـ ∈ ص فإن (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)
وتسمى هذه الخاصية بالخاصية التجميعية (الدامجة) بالنسبة لعملية الجمع .

٤/ خاصية العنصر المحايد الجمعي:

جد(جدي) ناتج الآتي :

(أ) -٨ + ٠ ، ٠ + (-٨) (ب) ٠ + ٩ ، ٩ + ٠ ماذا تلاحظ (تلاحظين)؟

Scanned by CamScanner

نلاحظ أن

العدد (٠) هو العدد الوحيد في مجموعة الأعداد الصحيحة الذي يتمتع بخاصية أنه إذا جمع لأي عدد صحيح يكون الناتج العدد نفسه ، لذا العدد (٠) يسمى العنصر المحايد للجمع و بصورة عامة:

لكل أ ∈ ص، يوجد ٠ ∈ ص ، حيث أ + ٠ = ٠ + أ = أ

٥/ خاصية النظير الجمعي:

عرفنا سابقاً أن كل عدد موجب له نظير في الأعداد السالبة، وأي عدد سالب له نظير في الأعداد الموجبة، أما الصفر فنظيره الصفر نفسه، وعرفنا أن حاصل جمع أي عدد مع نظيره يساوي الصفر وهو العنصر المحايد لعملية الجمع .

لذلك سمي النظير في هذه الحالة بالنظير الجمعي

مثلاً : العدد ٥ نظيره الجمعي -٥ لأن ٥ +(-٥) = ٠ ،

وكذلك العدد -٩ نظير الجمعي ٩ لأن -٩ + ٩ = صفر وبصورة عامة :

لكل أ ∈ ص، يوجد -أ ∈ ص بحيث (-أ) +أ=أ+(-أ) = (٠)

Scanned by CamScanner

مثال (١)

اكتب (اكتبي) الخاصية التي تتضمنها كل جملة مما يأتي:

(أ) ٥ + ٣ = ٨

(ب) ٩ + ٧ = ٧ + ٩

(ج) (٩ + ٥) + ٣ = ٩ + (٥ + ٣)

(د) -١٥ + ٠ = -١٥

(هـ) ٧ + (-٧) = ٠

الحل

(أ) خاصية الإغلاق.

(ب) خاصية الإبدال.

(جـ) خاصية التجميع.

(د) خاصية العنصر المحايد للجمع .

(هـ) خاصية النظير الجمعي.

Scanned by CamScanner

تمرين (٧)

١/ اكتب (اكتبي) الخاصية التي تتضمنها كل جملة مما يأتي :

(أ) (١٣ + ٥) + ٨ = ١٣ + (٥ + ٨)

(ب) ١٠ + ٠ = ١٠

(جـ) ٧- + ٩ = ٩ + (٧-)

(د) ١٧ + (١٧-) = ٠

(هـ) ٣ + (٥ -) = ٢-

٢/ أكمل (أكملي) :

(أ) ٧ + ☐ = ٥ + ٧

(ب) ٣ + (☐ + ٧) = (٣ + ١٠) + ٧

(جـ) ٧ + ☐ = ٠

(د) ٧- + ١٠ = ☐

(هـ) ٩ + ☐ = ٩

Scanned by CamScanner

(أ) ضرب عدد صحيح موجب في عدد صحيح موجب

من دراستنا السابقة علمنا أن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة هي مجموعة الأعداد الطبيعية و أن حاصل ضرب أي عدد طبيعي في آخر طبيعي هو عدد طبيعي .

مثلاً :

$٣ \times ٧ = ٢١$

$٥ \times ٢٠ = ١٠٠$

ومما سبق يمكن التوصل للقاعدة التالية :

حاصل ضرب عددين صحيحين موجبين = عدداً صحيحاً موجباً

(ب) ضرب عدد صحيح موجب في عدد صحيح سالب

تعلمنا سابقاً أن $٣ \times ٢ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦$

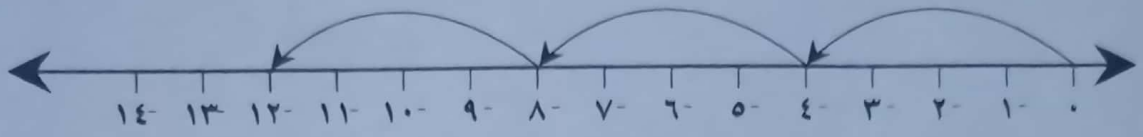
بنفس الطريقة يمكن إيجاد :

$٤ \times (-٣) = (-٣) + (-٣) + (-٣) + (-٣) = -١٢$

Scanned by CamScanner

وايضاً :

$-٤ \times ٣ = ٣ \times (-٤) = (-٤) + (-٤) + (-٤) = -١٢$



مما سبق يمكن التوصل للقاعدة التالية :

حاصل ضرب عدد صحيح موجب في عدد صحيح سالب = عدداً صحيحاً سالباً

مثال (١)

أجر (أجري) عمليات الضرب الآتية:

(أ) ٨×٧

(ب) -٧×٩

(جـ) $١٠ \times (-٦)$

الحل

(أ) $٨ \times ٧ = ٥٦$

(ب) $-٧ \times ٩ = -٦٣$

(جـ) $١٠ \times -٦ = -٦٠$

Scanned by CamScanner

تمرين (٨)

١ / أجر (أجري) عمليات الضرب الآتية:

(أ) ٣×٨ (د) $١١ \times (-٧ + (-٢))$

(ب) -٦×٧ (هـ) $١٢٠ \times (-١٠٠)$

(جـ) $٩ \times (-١٠)$ (و) -٦×٧

(حـ) $-٥ \times ٤ \times -٧$

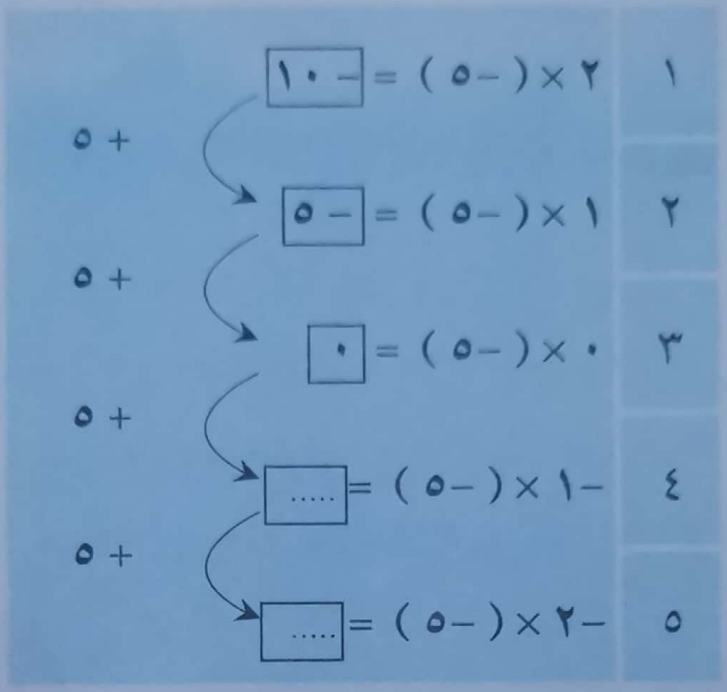
٢ / تبدأ غواصة الغطس من سطح الماء رأسياً لأسفل بسرعة تبلغ ٤ أمتار في الدقيقة ، ما العمق الذي تصل إليه بعد ٨ دقائق ؟

٣ / يخصم بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه شهرياً لصالح جمعية خيرية من حساب عبد الله الذي يتوفر به ١٠٠٠٠ جنيه، ما العدد الصحيح الذي يعبّر عن الخصم في سنة واحدة ؟

Scanned by CamScanner

(جـ) ضرب عدد صحيح سالب في عدد صحيح سالب

تأمل (تأملي) الجدول الآتي:



- ما المقدار الذي يتناقص به العدد المضروب في - ٥ ؟
- ما المقدار الذي يتزايد به حاصل الضرب؟
- أكمل/ أكملي الجدول أعلاه.

مما سبق نلاحظ أن كل ناتج ضرب يزيد بمقدار ٥ عن ناتج الضرب السابق له وبالتالي يمكن التوصل للقاعدة التالية :

١/ حاصل ضرب أي عددين صحيحين سالبين = عدداً صحيحاً موجباً

٢/ حاصل ضرب أي عدد صحيح في الصفر هو الصفر

Scanned by CamScanner

مثال (١)

أجر (أجري) العمليات الآتية :

(أ) $-١٠ \times (-٤)$ (جـ) $-٩ \times (-٢٠)$

(ب) $-٨ \times (٠)$ (د) $((-٩) + ٦) \times ((-٧) + (-٥))$

الحل

(أ) $-١٠ \times -٤ = ٤٠$ (ب) $-٨ \times ٠ = ٠$

(جـ) $-٩ \times (-٢٠) = ١٨٠$

(د) $((-٩) + ٦) \times ((-٧) + (-٥)) = -١٢ \times -٣ = ٣٦$

تمرين (٩)

أجر (أجري) العمليات الآتية:

(أ) $-٦ \times (-١٢)$

(ب) $-٩ \times (-١٠)$

(جـ) $-٥٠ \times (-٢٠)$

(د) $-٣ \times (-٤٠)$

(هـ) $-٨ (-٣ + (-٧))$

(و) $((-٩) + (-٥)) \times (-٨ + (-٧))$

Scanned by CamScanner

الدرس التاسع - خواص عملية الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة

١/ خاصية الإغلاق

جد (جدي) قيمة ما يلي:

(أ) ٥ × ٣ (ب) -٦ × ٤ (جـ) -٨ × (-٧)

إلى أي مجموعات الأعداد تنتمي كل إجابة في (أ) ، (ب) ، (جـ)؟

مما سبق يمكن نستنتج أن :

حاصل ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح ونقول إنّ مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة تحت عملية الضرب ، وبصورة عامة :

لكل أ ، ب $\in$ صـ ، نجد أن أ × ب $\in$ صـ

٢/ خاصية الإبدال

جد (جدي) قيمة الآتي ، ثم قارن (قارني) بين كل ناتجين متقابلين .

٤ × ٧ ، ٧ × ٤

-٥ × ٨ ، ٨ × (-٥)

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

مما سبق نلاحظ أن عملية الضرب للأعداد الصحيحة إبدالية .

وبصورة عامة :

لكل أ ، ب $\in$ صـ ، نجد أن أ × ب = ب × أ

Scanned by CamScanner

٣/ خاصية التجميع (أو الدمج)

جد (جدي) ناتج الآتي :

(٢ × -٣) × ٧ ، ٢ × (-٣ × ٧)

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ أن (٢ × -٣) × ٧ = ٢ × (-٣ × ٧) وهذا يعني أن ضرب الأعداد الصحيحة تجميعي وبصورة عامة :

لكل أ، ب، جـ ∈ ص
نجد أن (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)

٤/ خاصية العنصر المحايد للضرب

جد (جدي) ناتج الآتي :

أ/ ٣ × ١، ١ × ٣ ب/ -٦ × ١ ، ١ × -٦ جـ/ ١ × ٢٧، ٢٧ × ١

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ أن :

العدد (١) هو العدد الوحيد في مجموعة الأعداد الصحيحة الذي يتمتع بخاصية أنه إذا ضرب في أي عدد صحيح يكون الناتج العدد نفسه ، لذا العدد (١) يسمى العنصر المحايد للضرب وبصورة عامة :

لكل أ ∈ ص، يوجد ١ ∈ ص بحيث أن أ × ١ = ١ × أ = أ

Scanned by CamScanner

٥/ خاصية توزيع الضرب على الجمع

جد (جدي) ناتج الآتي ثم قارن (قارني) بين الناتجين:

(أ) ٢ × (٦ + ٣) (ب) ٢ × ٦ + ٢ × ٣ ماذا تلاحظ (تلاحظين)؟

نلاحظ أن ٢ × (٦ + ٣) = ٢ × ٦ + ٢ × ٣ وهذه الخاصية تسمى خاصية توزيع الضرب على الجمع، وبصورة عامة :

لكل أ، ب، جـ ∈ ص، نجد أن أ (ب + جـ) = أب + أجـ

تمرين (١٠)

اذكر (اذكري) الخاصية المتضمنة في كل من العمليات الآتية:

(١) -٣ × ٩ = ٩ × -٣

(٢) -١٣ × ١ = -١٣

(٣) ٥ × (-٧ × ٤) = (٥ × -٧) × ٤

(٤) -١١ × ١٠ = -١١٠

(٥) ٧ (٥ + ٨) = ٧ × ٥ + ٧ × ٨

(٦) ٥٠ × ٢٠٠ = ١٠٠٠٠

(٧) ٤ (٨ + ٥) = ٣٢ + ٢٠

Scanned by CamScanner

الدرس العاشر - عملية القسمة في مجموعة الأعداد الصحيحة

تعلمنا سابقاً أنه :

إذا كان ٥ × ٨ = ٤٠ فإن ٤٠ ÷ ٥ = ٨ ، ٤٠ ÷ ٨ = ٥

ويعني ذلك أن كل عملية ضرب ينتج عنها صورتان لعملية قسمة .

وبالمثل:

إذا كان −٩ × ٤ = −٣٦ فإن −٣٦ ÷ (−٩) = ٤ ، −٣٦ ÷ ٤ = −٩

−٧ × (−٣) = ٢١ فإن ٢١ ÷ (−٧) = −٣ ، ٢١ ÷ (−٣) = −٧

٠ × ٦ = ٠ فإن ٠ ÷ ٦ = ٠

من هذه العمليات السابقة نستنتج أن:

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ = جـ (أ ، ب ، جـ ∈ صـ، ب ≠ ٠) فإن :

(١) جـ سيكون موجباً إذا كان كل من أ و ب موجباً، أو كل منها سالباً.

(٢) جـ سيكون سالباً، إذا كان أ أو ب سالباً.

(٣) جـ سيكون صفراً إذا كان أ صفراً.

مثال (١)

اجر (اجري) العمليات الآتية:

(أ) −٤٩ ÷ (−٧)　　(ب) −٨٨ ÷ ١١

(جـ) ٦٤ ÷ (−٨)　　(د) ٠ ÷ (−٥)　　(هـ) ٠ ÷ ١٢

Scanned by CamScanner

الحل

(أ) $-٤٩ \div (-٧) = ٧$ (ب) $-٨٨ \div ١١ = -٨$

(جـ) $٦٤ \div (-٨) = -٨$ (د) $٠ \div (-٥) = ٠$

(هـ) $٠ \div ١٢ = ٠$

تمرين (١١)

١/ جد(جدي) الناتج:

(أ) $-١٥ \div ٣$ (ب) $-٢٠ \div (-٤)$

(جـ) $٢٨ \div (-٧)$ (د) $٠ \div ٨$

٢/ اجر(اجري) العمليات الآتية:

(أ) $١٠٨ \div ٩$ (ب) $-١٢٥ \div ٥$

(جـ) $٨٠٨ \div (-٨)$ (د) $-٣٥٠ \div (-١٠)$

(هـ) $(-٤ \times (-٥)) \div ٢$ (و) $١٩ + (-١٤ \div ٧)$

(ز) $٨ - (٤٩ \div (-٧))$

Scanned by CamScanner

تمرين عام

١/ على خط الأعداد مثل (مثلي) الأعداد الآتية:

٦ ، - ٤ ، ٤ ، -٣

٢/ على خط الأعداد اجر/ اجري العمليات الآتية:

أ/ ٧ + (-٣) ب/ -٤ + ٦ جـ/ -٤ - ٧

د/ -٤ + ٨ هـ/ ٦ -(-١) و/ ٣ - ٨

٣/ جد (جدي) النظير الجمعي لكل من الأعداد التالية:

-١٣ ، ٣٢ ، -٤٠ ، - (-١٦)

٤/ جد (جدي) القيمة المطلقة للأعداد الآتية:

٢٦ ، -١٠ ، ٠ ، -٦٢٤ ، ٤٩٦٧

٥/ جد (جدي) ناتج الجمع فيما يلي:

أ/ ٤ + ٥ ب/ ٢ + (-٦) جـ/ -٤ + (-٧)

٦/ أوجد (أوجدي) الآتي:

أ/ -١٤ + (-١٦) ب/ -٥٤ + ١٧ جـ/ ٣٧ + (-١١)

د/ ٤ - ١٧ هـ/ ٥ - (-٢٤) و/ -٦ - (-١٨)

ز/ ٥٥ × (-٣) ح/ -١٣ × (-٥) ط/ ٥٢ × (-١)

ي/ -٨٨٨ × ١٠٠

٧/ اجر (اجري) العمليات الآتية:

أ/ -٨٨٨ ÷ (-١١١) ب/ -٧٢ ÷ ٩

جـ/ ٤٥٠ ÷ (-٩) د/ -٥٥ ÷ ٥

و/ ٧ - (١٥ ÷ (-٥))

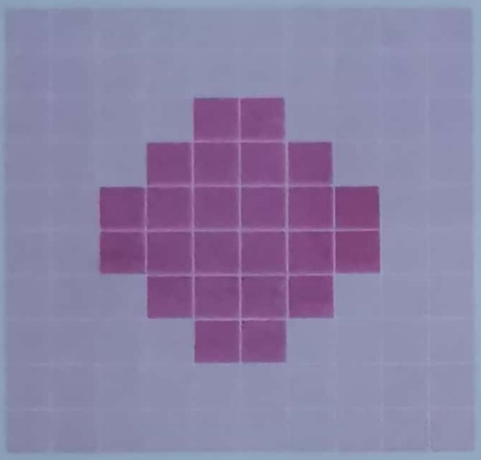
Scanned by CamScanner

الوحدة الثالثة

النسبة المئوية

Scanned by CamScanner

الشكل إلى اليسار يوضِّح مربعاً كبيراً تم تقسيمه إلى مئة مربع صغير جميعها متساوية المساحة.



- كم عدد المربعات المُظلَّلة؟
- كم عدد المربعات غير المُظلَّلة؟
- كم نسبة عدد المربعات المُظلَّلة إلى العدد الكلي للمربعات؟
- كم نسبة عدد المربعات غير المُظلَّلة إلى العدد الكلي للمربعات؟

نلاحظ من الشكل السابق إن:

نسبة عدد المربعات المظللة إلى العدد الكلي للمربعات = $\frac{٢٤}{١٠٠}$ = ٠,٢٤

نسبة عدد المربعات غير المظللة إلى العدد الكلي للمربعات = $\frac{٧٦}{١٠٠}$ = ٠,٧٦

تُسمى هذه النسب بالنسب المئوية وذلك لأن المقام لها يساوي ١٠٠

تعريف

النسبة المئوية هي نسبة يكون فيها المقام ١٠٠ وتُكتب بالصورة س ٪ وتُقرأ س في المائة. حيث س هو عدد الوحدات في كل مائة وحدة.

Scanned by CamScanner

تُستخدم النسبة المئوية للتعبير عن نسبة الجزء إلى الكل أو نسبة التغيَّر في قيمةٍ ما.

يُمكن كتابة النسبة المئوية بأربع صور: مثلاً تسعة في المئة تكتب كالآتي:

نسبة	كسر عادي	كسر عشري	نسبة مئوية
٩ : ١٠٠	$\frac{٩}{١٠٠}$	٠,٠٩	٩٪

تدريب (١)

أكمل (أكملي) الجدول التالي:

النسبة بالكلمات	نسبة مئوية	نسبة	كسر عادي	كسر عشري
ثلاثون في المائة	٣٠٪			
				٠,٦٥
		٥ : ١٠٠		
			$\frac{١}{١٠٠}$	

تدريب (٢)

أكمل (أكملي) الجدول التالي:

نسبة	١٠٪	٢٠٪	٢٥٪	٣٠٪		١٠٠٪
الكسر	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{١}{٥}$			$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{٣}{٤}$

Scanned by CamScanner

مثال (١)

إذا كان هناك ١٢ بيضة فاسدة في كل ١٠٠ بيضة يشتريها التاجر من مزرعة دجاج فاحسب (فاحسبي) ما يلي:

١. النسبة المئوية للبيض الفاسد.

٢. النسبة المئوية للبيض الصالح.

الحل

العدد الكلي للبيض = ١٠٠ بيضة

عدد البيض الفاسد في ١٠٠ بيضة = ١٢ بيضة

عدد البيض الصالح في ١٠٠ بيضة = ١٠٠ − ١٢ = ٨٨ بيضة

النسبة المئوية للبيض الفاسد = $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ١٢٪

النسبة المئوية للبيض الصالح = $\frac{٨٨}{١٠٠}$ = ٨٨٪

مثال (٢)

كم النسبة المئوية للطلاب الذكور في فصل مختلط إذا علمت أن عدد الطلاب ٧ وعدد الطالبات ٢٨؟

الحل

عدد الطلاب الذكور في الفصل ٧ طلاب

العدد الكُلِّي في الفصل = ٧ + ٢٨ = ٣٥

∴ نسبة الطلاب الذكور في الفصل = $\frac{٧}{٣٥} = \frac{١}{٥} \times \frac{٢٠}{٢٠} = \frac{٢٠}{١٠٠}$ = ٢٠٪

Scanned by CamScanner

مثال (٣)

إذا كان هناك ٢٤ قلماً أحمر اللون في صندوق أقلام، احسب (احسبي) النسبة المئوية للأقلام الحمراء اللون إذا كان عدد الأقلام في الصندوق ٨٠ قلماً.

الحل

العدد الكلي للأقلام = ٨٠ قلماً

عدد الأقلام الحمراء اللون في ٨٠ قلماً = ٢٤ قلماً

∴ نسبة الأقلام الحمراء في الصندوق =

$$\frac{\text{عدد الأقلام الحمراء في الصندوق}}{\text{عدد الأقلام في الصندوق}} = \frac{٢٤}{٨٠} = \frac{٣}{١٠}$$

بعد حساب النسبة بصورة كسر اعتيادي يتم تحويل المقام ليصبح ١٠٠

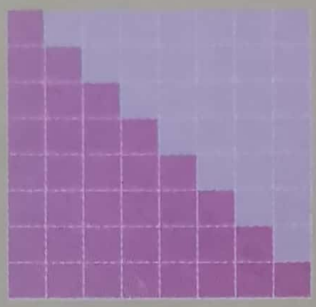
∴ النسبة المئوية الأقلام الحمراء في الصندوق $\frac{٣}{١٠} \times \frac{١٠}{١٠} = \frac{٣٠}{١٠٠} = ٣٠٪$

Scanned by CamScanner

تمرين (١)

١. في الأشكال أدناه، اكتب (اكتبي) النسبة المئوية بالصور الأربع المعبرة عن عدد المربعات الملونة إلى العدد الكُلّي للمربعات:

(أ)



(ب)

(جـ)

٢. إذا قطع عدّاء مسافة ٩ كلم من المسافة الكلية لمضمار والتي يبلغ طولها ٣٦ كلم جِد(جِدي) النسبة المئوية للمسافة التي قطعها.

٣. أحرزت طالبة ٢٤٧درجة من ٢٥٠، كم النسبة المئوية لنتيجة الطالبة؟

٤. جلس ٤٠٠ من الطلاب لأداء امتحان فأحرز طالبان فقط الدرجة الكاملة، كم النسبة المئوية للطلاب الذين أحرزوا الدرجة الكاملة.

٥.غرس مزارع ثلاثين شتلة فنمت منها ٢٧، كم النسبة المئوية لنجاح زراعته؟

٦.قماش مصنوع من القطن والبوليستر وكانت نسبة القطن ٣٧٪، أحسب (أحسبي) النسبة المئوية للبوليستر.

Scanned by CamScanner

الدرس الثاني - استخدام التناسب في النسبة المئوية

درست في العام السابق أنَّ التناسب هو تساوي نسبتين، يتم استخدام التناسب لحل مسائل النسبة المئوية كما في التدريب التالي:

تدريب (٣)

أكمل (أكملي) الجدول التالي:

المقدار الكُلِّي	١٠٠	٥٠	٢٠٠			٥٢	١٣٠
المقدار المأخوذ				٤٠	٨,٥	٥٢	٠
النسبة المئوية للمأخوذ	٦٧٪	١٧٪	٣٠٪	٢٥٪	١٢٪		

مثال (١)

لدى مزارع ٨٥ فداناً من الأرض الزراعية، إذا زرع ٦٠٪ منها فكم فداناً تمت زراعته؟

الحل

$$\text{النسبة المئوية للمساحة المزروعة} = \frac{\text{المساحة المزرعة}}{\text{المساحة الكلية للأرض}}$$

فإذا فرضنا أنَّ المساحة المزروعة = س فدان

$$\therefore \frac{\text{س}}{٨٥} = ٦٠٪ \text{ أي } \frac{\text{س}}{٨٥} = \frac{٦٠}{١٠٠}$$

بضرب الطرفين في ٨٥ تكون $\frac{٦٠}{١٠٠} \times ٨٥ = ٥١$ فدان

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

تقاسم وليد ومجدي مبلغ ٥٠٠ جنيه، فإذا كانت النسبة المئوية لنصيب وليد ٦٥٪ فكم نصيب كل منهما.

الحل

نصيب وليد = النسبة المئوية لنصيبه × المبلغ الكُلِّي = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ × ٥٠٠ = ٣٢٥ جنيهاً

نصيب مجدي = المبلغ الكُلِّي - نصيب وليد = ٥٠٠ - ٣٢٥ = ١٧٥ جنيهاً

يُمكن حساب نصيب مجدي بطريقة أُخرى.

النسبة المئوية لنصيب مجدي = ١ - ٦٥ , ٠ = ٣٥ , ٠ = ٣٥٪

نصيب مجدي = النسبة المئوية لنصيبه × المبلغ الكُلِّي = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ × ٥٠٠ = ١٧٥ جنيهاً

Scanned by CamScanner

تمرين (٢)

١. أكمل (أكملي) الجدول أدناه:

المقدار الكُلِّي	٤٨	٣٠٢	٢٤٠		١١٠	٠,٨
المقدار المأخوذ			١٥٠	٢٨	٠,٥٥	
النسبة المئوية للمأخوذ	٢٠٪	١٧٪		٤٤٪		٠,٠٤

٢. تم توزيع مبلغ ١٦٠٠٠٠ جنيه على ثلاث أسر بالنسب التالية:

الأسرة الأولى ٥٠٪ من المبلغ
الأسرة الثانية ٣٤٪ من المبلغ
كم نصيب كل من الأُسر الثلاث؟

٣. في إحدى المحلات التجارية كانت نسبة الخصم على المبيعات ١٠٪ اشترت سعاد كتاباً كان سعره قبل الخصم ٢٥٠ جنيهاً، كم أصبح سعره بعد الخصم؟

٤. تبرع صاحب مزرعة بنسبة ٥٪ من ما يملك من القمح فكانت ٢ جوال قمح كم عدد جوالات القمح التي يملكها؟

Scanned by CamScanner

الدرس الثالث - النسبة المئوية للزيادة أو النقصان

عند حدوث تغيّر في مقدارٍ ما بالزيادة أو النقصان، يتم التعبير عن مقدار التغير كنسبة مئوية من القيمة الأساسية للمقدار.

عند حدوث تغيّر بالزيادة تكون النسبة المئوية للزيادة هي نسبة مقدار الزيادة إلى المقدار الأساسي (قبل التغيّر) مكتوبة في صورة نسبة مئوية. مثلاً إذا كان مقدار الزيادة في مقدارٍ ما يساوي ١٥ وكانت قيمته الأساسية ١٠٠ فإنَّ النسبة المئوية للزيادة تساوي = ١٥٪.

مثال (١)

زاد عدد طلاب مدرسةٍ ما بعد توسعتها فأصبح ٦٠٠ طالب بعد أن كان ٢٥٠ طالباً فقط، كم النسبة المئوية للزيادة في عدد طلاب المدرسة؟

الحل

مقدار الزيادة في عدد الطلاب = ٦٠٠ - ٢٥٠ = ٣٥٠ طالباً

العدد الأساسي للطلاب قبل الزيادة = ٢٥٠ طالباً

النسبة المئوية للزيادة في عدد طلاب المدرسة = $\frac{٣٥٠}{٢٥٠} = \frac{١٤٠}{١٠٠} = ١٤٠٪$.

نلاحِظ أنَّ النسبة المئوية للزيادة أصبحت أكبر من ١٠٠٪ لأن مقدار الزيادة أكبر من المقدار الأساسي.

مثال (٢)

يزداد عدد سكان مدينةٍ ما بنسبة ٢٪ سنوياً فإذا كان عدد السكان في نهاية العام الماضي ١٦٠٠٠٠ نسمة، فكم يكون عدد السكان في نهاية العام الحالي؟

Scanned by CamScanner

الحل

النسبة المئوية للزيادة = ٢٪ = $\frac{٢}{١٠٠}$

الزيادة في نهاية العام الحالي = $\frac{٢}{١٠٠}$ × ١٦٠٠٠٠ = ٣٢٠٠ نسمة

∴ الزيادة في نهاية العام الحالي = ٣٢٠٠ نسمة

∴ عدد السكان في نهاية العام الحالي = ١٦٠٠٠٠ + ٣٢٠٠ = ١٦٣٢٠٠ نسمة.

تدريب (٣)

في المثال السابق كم يكون عدد السكان في نهاية العام القادم، وكم يكون عددهم في العام الذي يليه؟

بالمثل عند حدوث تغيّر بالنقصان تكون النسبة المئوية للنقصان هي نسبة مقدار النقصان إلى المقدار الأساسي (قبل التغيّر) مكتوبة في صورة نسبة مئوية.

مثال (٣)

نقص ثمن هاتف من ١٥٠٠٠ جنيه ليصبح ١٣٥٠٠ جنيه ، كم النسبة المئوية للنقصان في ثمن الهاتف.

الحل

مقدار النقصان = ١٥٠٠٠ − ١٣٥٠٠ = ١٥٠٠

النقصان في المئة = $\frac{١٥٠٠}{١٥٠٠٠}$ × ١٠٠٪ = ١٠٪

Scanned by CamScanner

مثال (٤)

نتيجة لتخفيضات في أسعار المستلزمات المدرسية نقص ثمن حقيبة بنسبة ٣٪ ، فإذا كان ثمنها قبل النقصان ٩٠٠ جنيه، فكم صار ثمنها بعد التخفيض؟

الحل

نسبة النقصان = ٣٪ = $\frac{٣}{١٠٠}$

مقدار النقصان = $\frac{٣}{١٠٠}$ × ٩٠٠ = ٢٧ جنيهاً

ثمن الحقيبة بعد النقصان = ٩٠٠ − ٢٧ = ٨٧٣ جنيهاً

مثال (٥)

نتيجة للتوعية الصحية نقص الاستهلاك الأسبوعي للحلويات في كافتيريا المدرسة بنسبة ٣٥٪ فنقص مقدار الاستهلاك الأسبوعي ٧٠ كيساً، فكم كيساً من الحلوى تستهلك المدرسة في الأسبوع بعد النقصان؟

الحل

نفرض أنَّ المدرسة كانت تستهلك س كيساً في الأسبوع

نسبة النقصان = $\frac{٧٠}{س}$ = $\frac{٣٥}{١٠٠}$ بالضرب العكسي

٣٥ س = ٧٠٠٠

س = $\frac{٧٠٠٠}{٣٥}$

س = ٢٠٠

∴ مقدار الاستهلاك قبل النقصان = ٢٠٠ كيس

∴ مقدار الاستهلاك بعد النقصان = ٢٠٠ − ٧٠ = ١٣٠ كيساً

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

(١) كان ثمن تذكرة السفر بالطائرة من الخرطوم إلى الأُبيِّض ١٢٠٠٠ جنيه، إذا حدثت زيادة في ثمنها فأصبحت ١٣٥٠٠ جنيها أحسب النسبة المئوية للزيادة في ثمن التذكرة.

(٢) زادت مبيعات إحدى الصحف بنسبة مئوية ٩,٨٪ فأصبحت تبيع ١٠٩٨٠٠٠٠ نسخة، كم مقدار عدد النُّسخ الإضافية التي أصبحت تبيعها؟

(٣) تشتري أسرة كهرباء شهرياً بمبلغ ٣٥٠ جنيهاً، قامت الأسرة باستبدال جميع لمبات المنزل إلى نوعية ذات إضاءة جيدة وقليلة الاستهلاك للكهرباء فإذا نقص مبلغ شراء الكهرباء للشهر بنسبة ٤٠٪، كم أصبح مبلغ شراء الكهرباء في الشهر الآن؟

(٤) في إحدى القرى نقص عدد مرضى الملاريا في الشهر بنسبة ٤٤٪ بعد تعميم استخدام الناموسيات المُشبَّعة، فإذا نقص عدد المرضى في الشهر ١٢١ مريضاً كم أصبح عدد مرضى الملاريا في الشهر؟

Scanned by CamScanner

في حالة البيع والشراء فإن الزيادة تسمى الربح والنقصان يسمى الخسارة.
يتم التعبير عن نسبة الربح أو الخسارة إلى مبلغ الشراء (التكلفة) في صورة نسبة مئوية، فمثلا إذا كان مبلغ التكلفة ٣٠٠٠٠ جنيه ومبلغ الربح ٩٠٠٠ جنيه تكون نسبة الربح $\frac{٩٠٠٠}{٣٠٠٠٠}$ أي $\frac{٣}{١٠}$ وفي صورة نسبة مئوية تكون ٣٠٪.

مثال (١)

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه وباعها بمبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيه فكم النسبة المئوية لأرباحه؟

الحل

ثمن الشراء = ١٠٠٠٠٠

ثمن البيع = ١٢٠٠٠٠

الربح = ١٢٠٠٠٠ − ١٠٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ جنيه

النسبة المئوية للأرباح = $\frac{٢٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠} = \frac{٢٠}{١٠٠} = ٢٠٪$

مثال (٢)

اشترى آدم دراجة بمبلغ ٧٥٠٠ جنيه ثم صرف على إصلاحها مبلغ ٥٠٠ جنيه ثم باعها بمبلغ ٩٠٠٠ جنيه فكم النسبة المئوية لأربحه؟

الحل

ثمن الشراء = ٧٥٠٠ جنيهاً

ثمن الإصلاح = ٥٠٠ جنيهاً

Scanned by CamScanner

التكلفة = ثمن الشراء + ثمن الإصلاح = ٨٠٠٠ جنيه

الربح = ثمن البيع - التكلفة = ٩٠٠٠ - ٨٠٠٠ = ١٠٠٠ جنيه

النسبة المئوية للأرباح = $\frac{١٠٠٠}{٨٠٠٠} = \frac{١}{٨} = ١٢,٥\%$

مثال (٣)

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيهاً وباعها بربح ٤٠٪ احسب (احسبي) ربحه وثمن بيع البضاعة.

الحل

الربح = نسبة الربح × ثمن الشراء

الربح = ٠,٤ × ١٢٠٠٠٠ = ٤٨٠٠٠ جنيه

∴ ثمن البيع = ١٢٠٠٠٠ + ٤٨٠٠٠ = ١٦٨٠٠٠ جنيه

مثال (٤)

اشترى تاجر فاكهة شحنة فاكهة بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه وبعد ان اشتراها وجد جزءاً تالفاً منها لسوء التخزين، فباع الباقي بمبلغ ٢٢٠٠٠ جنيه فكم النسبة المئوية للخسارة؟

الحل

الخسارة = ثمن الشراء - ثمن البيع = ٢٥٠٠٠ - ٢٢٠٠٠ = ٣٠٠٠ جنيه

النسبة المئوية للخسارة = $\frac{٣٠٠٠}{٢٥٠٠٠} = ١٢\%$

مثال (٥)

اشترى آدم خروفاً بمبلغ ٧٥٠٠ جنيه وباعه بخسارة ١٠٪ فبكم باع الخروف؟

Scanned by CamScanner

الحل

الخسارة = نسبة الخسارة × ثمن الشراء

الخسارة = ١٠٪ × ٧٥٠٠ = $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٧٥٠٠ = ٧٥٠ جنيهاً

ثمن البيع = الشراء − الخسارة = ٧٥٠٠ − ٧٥٠ = ٦٧٥٠ جنيهاً

تمرين (٤)

١. اشترى ناصر بضاعة بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه وباعها بربح ١٢٪ فبكم باعها؟

٢. اشترى رجل بضاعة بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ودفع عليها ٢٥٪ من ثمنها تكلفة ترحيل، ثم باعها بربح ٣٠٪ جد ثمن بيعها.

٣. اشترى تاجر صندوقاً من الصابون به ٤٥ قطعة بمبلغ ٦٧٥ جنيهاً فبكم يبيع القطعة ليربح ١٠٪؟

٤. اشترى رجل تلفازاً وبعد عام باعه بخسارة ١١٪ فبلغت خسارته ١١٠٠ جنيه ، فبكم باعه وبكم اشتراه؟

٥. وضعت سعيدة مبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك فربحت في السنة الأولى ١٥٪ تمت اضافتها للمبلغ، وفي السنة الثانية خسرت ٥٪، وفي السنة الثالثة ربحت ١١ ٪، فكم المبلغ الذي استلمته في نهاية السنة الثالثة؟

Scanned by CamScanner

تمرين عام

١. إذا قطع عدّاء مسافة ١١ كلم من المسافة الكلية لمضمار السِّباق والتي يبلغ طولها ٢٥ كلم جِد (جِدي) النسبة المئوية للمسافة التي تبقت له ليُنهي السِّباق.

٢. اشترت ليلى زجاجة حليب حجمها ٦٠٠ مل بها ١١٪ دهون واشترت سُعاد زجاجة حليب أُخرى حجمها ٥٠٠ مل بها ١٢,٨٪ دهون. أي الزجاجتين تحوي المقدار الأقل من الدهون؟

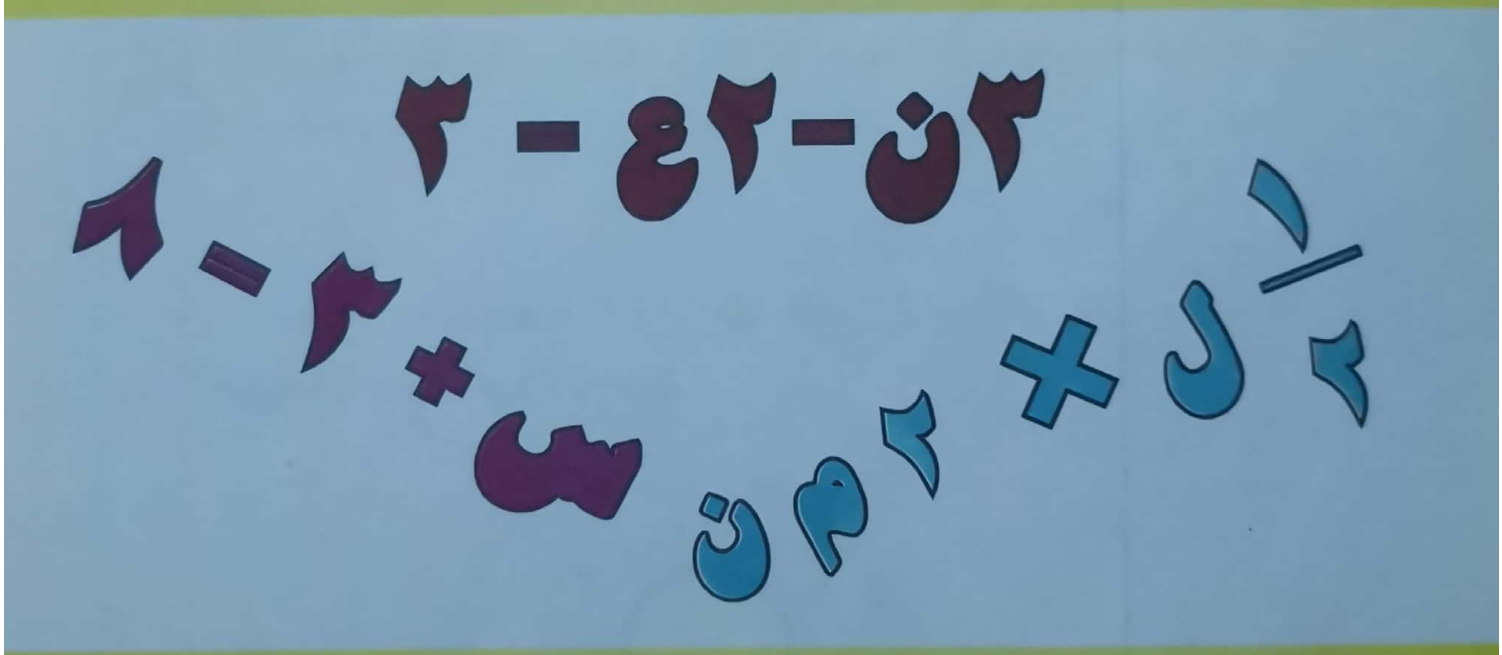
٣. زاد مبلغ بنسبة ٢٠٪، ثم نقص الناتج بنسبة ٢٠٪ فهل عاد المبلغ كما كان أم حدث تغيِّر في المبلغ؟ وإن كان هناك تغيِّر أحسب (أحسبي) نسبته المئوية.

٤. زاد مبلغ بنسبة مئوية ٢٥٪، فإذا نقص ليعود كما كان، أحسب (أحسبي) النسبة المئوية للنقصان.

Scanned by CamScanner

الوحدة الرابعة

التعابير الجبرية والعمليات عليها



Scanned by CamScanner

إذا كان ثمن القلم الواحد ١٠ جنيهات أكمل (أكملي) :

ثمن ٣ أقلام = ٣ × ١٠ = ٣٠ جنيهاً

ثمن ٤ أقلام = ٤ × ..... = ... جنيهاً

ثمن ٧ أقلام = ... × ..... = ... جنيهاً

ثمن س قلم = ... × ..... = ... جنيهاً

إذا كان ثمن القلم الواحد ص جنيهات أكمل / أكملي:

ثمن س قلم = ... × ..... = ... جنيهاً

نلاحظ أن

ثمن القلم الواحد ثابت ، بينما ثمن الأقلام يتغيّر بتغيُّر عددها . فإذا رمزنا لعدد الأقلام بالرمز س ، ورمزنا لثمن هذه الأقلام بالرمز ص فإن ص تتغير بتغير س وفي هذه الحالة نسمي كل من س ، ص متغيرات .

تعريف المتغير: هو حرف يمكن أن يعبر عن قيم عددية مختلفة.

Scanned by CamScanner

التعابير العددية:

٥ + ٤ = ٩ ، ٨ − ٢ = ٦

٣ × ٥ = ١٥ ، ٢٨ ÷ ٤ = ٧

كل التعابير السابقة تسمى تعابير عددية.

التعابير الرمزية:

انظر (انظري) الجدول التالي:

التعبير الرمزي	المتغير	التعبير اللفظي
س+٣=٨	س	العدد الذي إذا اضيف له ٣ كان الناتج ٨
ص−٧=٣	ص	العدد الذي إذا طرح منه ٧ كان الناتج ٣
ع ×٦=٢٤	ع	العدد إذا ضرب في ٦ كان الناتج ٢٤أو العدد الذي ٦ امثاله يساوي ٢٤
ن÷٢=٥	ن	العدد الذي إذا قسم على ٢ كان الناتج ٥

تدريب (١)

التعبير الرمزي	التعبير اللفظي
	العدد س أضيف إليه ٨ كان الناتج ١٤
ص−٣=١	
	ضعف العدد ع يساوي ٦
ن÷٥=٤	

Scanned by CamScanner

تمرين (١)

أكمل (أكملي) الجدول التالي:

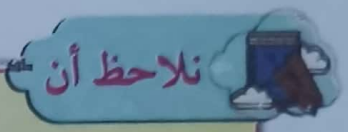
التعبير الرمزي	التعبير اللفظي (التعبير بالألفاظ)
.....	ضعف عدد مضافا إليه ٥ كان الناتج ١٥
.....	ثلاث أمثال ١٢
.....	يزيد عدد عن خمسه بمقدار ٢
.....	أقل من عدد بمقدار ١
٩س-٥ = ٤	
٢ص+١٢ = ١٦	
١٢-٥ص = ٢	
٣ن-٢ع = ٣	

Scanned by CamScanner

انظر (انظري) إلى الآتي:

٨ س ، ص ، ٥ ل ، ٤ س ص ، $\frac{٢}{٣}$ ع ، $\frac{١٢ أ}{ب}$ ، ...

كل منها يسمى حداً جبرياً .



نلاحظ أن

الحد الجبري يتكون من حاصل ضرب معامل عددي في جزء رمزي يسمى المتغير .

الحد الجبري	المعامل	المتغير
٨س	٨	س
ص	١	ص
٥ل	٥	ل
٤س ص	٤	س ص
$\frac{٢}{٣}$ ع	$\frac{٢}{٣}$	ع

التعبير الجبري :

هو عبارة عن حد جبري أو مجموع حدين جبرين أو أكثر

Scanned by CamScanner

مثلاً

٨س+ص (حدان)، ٥ل-٤س ص-ع (ثلاثة حدود)،

س + ص - ٥ ل - ٤ س ص - $\frac{٢}{٣}$ ع + $\frac{٣٢}{ب}$ (سته حدود)

تدريب (٢)

اكتب (اكتبي) تعبيراً جبرياً يتكوّن من :

١ حدين جبريين ٢ خمسة حدود جبرية ٣ أربعة حدود جبرية

مثال

ضع(ضعي) في أبسط صورة ثم عين(عيني) المعامل والمتغير للحد الجبري الناتج :

التعبير	المقدار في أبسط صوره	المعامل	المتغير
٥ ب×٦ ص	٣٠ ب ص	٣٠	ب ص
٤س × ١٠ص	٤٠س ص	٤٠	س ص
$\frac{١}{٢}$ ل×٢ م ن	ل م ن	١	ل م ن
$\frac{٥}{٢}$ م×٦ع	١٥ مع	١٥	مع

Scanned by CamScanner

تمرين (٢)

١/ عين(عيني) المعامل والمتغير في كل حد مما يلي:

٥ س ، ٣ س ص ، $\frac{١}{٢}$ ع ، ١٨ ن ل ، $\frac{٣}{٤}$ س ع

٢/ ضع (ضعي) كل حد في أبسط صورة ثم عين(عيني) المعامل والمتغير :

(أ) ٣س × ٥ص × ٤ ع (ب) ٥س × ٤ص

(ج) ٦ س ص × $\frac{١}{٤}$ أب (د) ٢ س ص × ١٠ ع ك × ن

Scanned by CamScanner

تأمل (تأملي) الحدود الجبرية الآتية:

١) ٣ س ، ٥ س ، $\frac{١}{٧}$ س ، $\frac{٤}{٣}$ س

٢) ٥ ص ، ٢٠ ص ، $\frac{٦}{١٠}$ ص

٣) ٤ م ن ل ، $\frac{٣}{٢}$ م ن ل

٤) ٦ ص ، ٦ س

نلاحظ في الامثلة (١)، (٢) و(٣) أن الحدود الجبرية متفقة في المتغير لذا تسمي حدوداً جبرية متشابهة أو اختصاراً حدوداً متشابهة . بينما في المثال (٤) غير متفقه في المتغير تسمى حدوداً جبرية مختلفة أو غير متشابهة.

يقال للحدود الجبرية إنها متشابهة إذا كانت تحتوي على نفس المتغير

مثال

أكتب (أكتبي) كل حدود متشابهة على حده مع ذكر المتغير :

٥ س ، ٣ ص ، $\frac{٥}{٤}$ س ص ، ٨ ص ، ٣ ص س ، $\frac{ص}{٢}$ ، $\frac{٢}{٧}$ س ، $\frac{-٤ص}{٣}$ ،

-٦ س ، $\frac{-٤ص س}{٣}$

الحل

الحدود المتشابهة	المتغير
٥ س ، $\frac{٢}{٧}$ س ، -٦ س	س
٣ ص ، ٨ ص ، $\frac{ص}{٢}$ ، $\frac{-٤ص}{٣}$	ص
$\frac{٥}{٤}$ س ص ، ٣ ص س ، $\frac{-٤ص س}{٣}$ {تذكر (تذكري) أن س ص = ص س}	ص س

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

١/ أكتب(أكتبي) الحدود المتشابهة في جدول مع ذكر المتغير :

(أ) ص س ، ٥س ، $\frac{٢}{٣}$ ص ، $\frac{٧}{٢}$ص ، ص ، $\frac{٤}{٣}$ س ، ٨ ص

(ب) ٥ س ص ، ٧ ل هـ ، $\frac{١٦}{٣}$ س ص ، $\frac{٨}{١١}$ ص س ، $\frac{٤}{١٣}$ ل هـ ، $\frac{هـ ل}{٣}$

(جـ) $\frac{٥ س}{٣}$ ، $\frac{١٥ص}{س}$ ، $\frac{س}{٨ ص}$ ، $\frac{ن ل}{٢}$ ، ٨ ل ن ، $\frac{ص}{س}$

٢/ ضع (ضعي) من حدود القائمة ج أمام ما يشابهها من حدود القائمة أ في القائمة ب :

أ	ب	ج
٥ س		٣ ع س
س ع		٨ س ص
ل ع هـ		أ ب
س ص		٨ س
٢ ل ع ن		ل ن ع
٧ أ ب		ع ل هـ

Scanned by CamScanner

جد (جد ي) مجموع الآتي:

(أ) ٥ كتب + ٩ كتب = ...

(ب) ٥ أقلام + ٦ أقلام = ...

(ج) ٥ أقلام + ٤ كتب = ... هل يمكن جمعها ؟ ولماذا ؟

(د) ٩ أقلام - ٥ أقلام= .....

نلاحظ اننا نجمع الأشياء المتشابهة مع بعضها .

وبالمثل إذا أردنا جمع الحدود الجبرية فإننا نجمع الحدود المتشابهة مع بعضها .

مثلاً : ٣ س + ٤ س = ٧ س

تلاحظ أن معامل الحد الناتج من الجمع يساوي مجموع المعاملات.

لذلك : ٢ ص + ٧ ص= (٢ + ٧) ص = ٩ ص

مثال

أجر (أجري) العمليات التالية :

(أ) ٢ س +٣ س+ س

(ب) ٥ س ص +٨ س ص + ٢ س ص

(ج) ٤ س ص ع + ٣ س ص ع + س ص ع

(د) $\frac{٢}{٧}$ س ص - $\frac{س ص}{٧}$ - $\frac{٣}{٧}$ س ص

(و) ٢٠ أ ب - ٨ أ ب

(هـ) ٥ س ص ع -٨ س ص ع

Scanned by CamScanner

الحل

(أ) ٢ س +٣ س+ س = (٢+٣+١)س = ٦ س

(ب) ٥ س ص +٨ س ص +٢ س ص = (٥+٨+٢) س ص = ١٥ س ص

(ج) ٤ س ص ع +٣ س ص ع +س ص ع =(٤ +٣+ ١) س ص ع =٨ س ص ع

(د) $\frac{٢}{٧}$ س ص - $\frac{\text{س ص}}{٧}$ - $\frac{٢}{٧}$ س ص = ($\frac{٢}{٧}$ - $\frac{١}{٧}$ - $\frac{٣}{٧}$) س ص = $\frac{-٢}{٧}$ س ص

(و) ٢٠ أب - ٨ أب = (٢٠-٨)أب = ١٢ أب

(هـ) ٥ س ص ع -٨ س ص ع = (٥-٨)س ص ع = -٣ س ص ع

Scanned by CamScanner

تمرين (٤)

١/ أجمع (أجمعي) الحدود الجبرية المتشابهة التالية :

(أ) ٥ س ص ، ٧ س ص ، ٨ ص س ، ٢ س ص

(ب) ٤ س ص ع ، ٨ س ص ع ، ١٢ س ص ع ، ٦ س ص ع

(ج) $\frac{٢}{٩}$ س ص ، $\frac{١}{٣}$ س ص ، $\frac{\text{ص س}}{٩}$

٢/ أجمع (أجمعي) الحدود الجبرية المتشابهة في الحالات الآتية :

(أ) $\frac{٣}{٥}$ س ص ، $\frac{٣}{٥}$ س ص ع ، $\frac{\text{ص س ع}}{٥}$ ، $\frac{\text{ص س}}{٥}$

(ب) ل م ، ن ب ، ٨ ل م ، ٢ ن ب

(ج) ٢س ، ٣ص ، ٥س ، ٦س ، ٢ص

٣/ جد(جدي) ناتج ما يلي :

(أ) ٢٠ أ ب ج - ٨ أ ب ج

(ب) -٥ س ص - ٨ س ص

(ج) ٩ م ن ر - ٣ م ن ر

(د) $\frac{٧ \text{ س}}{\text{ص}} - \frac{٢ \text{ س}}{\text{ص}}$

(هـ) ٥ س ص - $\frac{٢}{٣}$ س ص

(و) ٢ س ص ع +٣ ص ع س - ٨ س ص ع

Scanned by CamScanner

كما علمنا سابقاً ان التعبير الجبري يتكوّن من حدين أو أكثر تفصل بينهما علامة(+) أو علامة(-) أو كلاهما ، وقد تكون الحدود متشابهة أو غير متشابهة مثل:

س + ٣ ص ، ٣ ص - ٢س ص ، ٢س ص + ٥ ل م

فعندما نريد أن نجمع تعبيراً جبرياً إلى تعبير جبري آخر نجمع الحدود المتشابهة مع بعضها .

مثال(١)

أجمع (أجمعي) :

٦ س + ٥ ص ، ٧ س + ٣ ص

الحل

(٦ س + ٥ ص) + (٧ س + ٣ ص) = ٦ س + ٧ س + ٥ ص + ٣ ص

= ١٣ س + ٨ ص

مثال(٢)

أجمع (أجمعي) :

٥ س ص ع - ٧س ص + ٨ ص

٣ س ص ع + ٣ س ص - ٥ ص

٨ س ص + ٢ ص - ٦س ص ع

Scanned by CamScanner

الحل

يمكن كتابتها بجعل الحدود المتشابهة تحت بعضها كالآتي :

٥ س ص ع − ٧س ص + ٨ ص

٣ س ص ع + ٣ س ص − ٥ ص

− ٦س ص ع + ٨ س ص + ٢ ص

بالجمع ٢س ص ع +٤ س ص+ ٥ ص

تمرين (٥)

أجمع (أجمعي) التعابير الجبرية التالية في كل حالة :

(أ) ٣ س + ٥ ص ، ٥ س + ٧ ص ، ٢ س + ٦ ص

(ب) ٥ س ص + ٥ ن ، + ٣ س ص − ٣ ن ، ٨ س ص + ٩ ن

(ج) س ص ع + ٥ س ، − ٨ س ص ع + ٢ س ، ٤س + ١١ س ص ع

(د) ٧ ب + ٥ ج + ٣ ي ، ٣ ب +٤ ج + ٢ ي ، ٢ ج − ٧ ب + ٩ ي

(هـ) ١٣ س ص +٧ ل م+٣ ص، ١٥ س ص−٢ ل م، ١٠ س ص+١٣ ص−٨ ل م

(٢) جد (جدي) ناتج الطرح

(أ) (٥ س ص + ٥ ص) من (١٢س ص + ٤ ص)

(ب) (٢س + ٧ ب ل +٨ ص) من (٥ س + ١٠ ب ل + ٩ص)

(ج) (٣ع + ٥ س + ٧ ص + ٥ ل) من (٧ع + ١٠ ل + ٣ س + ٩ ص)

٣/ جد (جدي) (٣س + ٥ ص) + (٨ س + ٧ ص) − (س + ٦ ص)

Scanned by CamScanner

اشترت سحر س قلماً و ص كراساً، فإذا كان ثمن القلم ١٠ جنيهات وثمن الكراس ١٥ جنيهاً . كم جنيهاً دفعت ؟

ثمن أي عدد من الأقلام = ثمن القلم الواحد × عدد الأقلام = ١٠ × س = ١٠ س

ثمن أي عدد من الكراسات = ثمن الكراس الواحد × عدد الكراسات

١٥ × ص = ١٥ ص

فيكون التعبير الجبري الذي يمثل ما أشترته سحر = (١٠ س + ١٥ ص) جنيهاً

فإذا اشترت سحر ٣ أقلام و ٤ كراسات ستدفع :

١٠ × ٣ + ١٥ × ٤ = ٣٠ + ٦٠ = ٩٠ جنيهاً

يسمى العدد ٩٠ القيمة العددية للتعبير الجبري (١٠ س + ١٥ ص) عندما س = ٣ ، ص = ٤

كم تكون القيمة العددية إذا كان عدد الأقلام = ٦ ، وعدد الكراسات = ٩ ؟

نلاحظ أن ترتيب اجراء العمليات كالآتي:
أولاً الأقواس ثانيا الضرب والقسمة ثالثاً الجمع والطرح

Scanned by CamScanner

مثال(١)

أحسب (أحسبي) القيمة العددية للتعبير الجبري

٥ س + ٨ ص ، عندما س =٦ ، ص=٧

الحل

القيمة العددية = ٥×٦ +٨×٧ = ٣٠+٥٦ = ٨٦

مثال(٢)

اذا كان س = ٨ ، ص= ٣ أحسب (أحسبي) القيمة العددية للتعبير الجبري

٢س - ٥ ص

الحل

القيمة العددية للتعبير = ٢×٨ - ٥×٣ = ١٦ - ١٥ = ١

مثال(٣)

أحسب (أحسبي) القيمة العدديه للتعبير س+(١٢-س)÷ ٢ عندما س =٦

الحل

القيمة العددية = ٦+(١٢-٦)÷ ٢=٦+٦÷٢=٦+٣=٩

تدريب

أحسب (أحسبي) القيمة العددية للتعبير ٦(س+٦÷٣) عندما س= ٤

Scanned by CamScanner

تمرين (٦)

١/ أنقل(أنقلي) الجدول التالي في كراستك ثم أكمله (أكمليه) بإيجاد القيم العددية للتعابير المعطاة :

س	ص	٤ س	$\frac{ص}{٢}$	ص – س	$\frac{س}{ص}$
١٦	٨				
٣	-١٢				
٠,٢	٠,٠٤				
$\frac{١}{٢}$	$\frac{٥}{٣}$				

٢ / اذا كانت س = ٢ ، ص= ٧ ، ل = ١ ، ن = – ٣

أحسب(أحسبي) القيمة العددية لكل من التعابير الجبرية التالية :

(أ) ٣ س + ٥ ص

(ب) ٣ ل + ٤ ن

(ج) ٥ س – ٣ ل + ٨ ص – ٤ ن

(د) ٨ ص – ٣ ل + ٤ ن

٣/ أحسب(أحسبي) القيمه العددية للتعبير س(ص+س) ÷ ٣ عندما س= ٦، ص=٤

Scanned by CamScanner

تمرين عام

١ / اذا كانت الحروف المستخدمة في التعابير الجبرية تمثل اعداداً فعبر (فعبري) عن هذه التعابير لفظياً :

(أ) ٣ س+٢ص = ٦

(ب) ١٢ - ٧ع = ٢

(ج) $\frac{أ}{ب}$ = ٢١

٢/ ضع (ضعي) كل حد في أبسط صورة ثم عين المعامل والمتغير :

(أ) ٥ س × ٧ ص

(ب) $\frac{٥}{٤}$ ل × ٢ ن

(ج) ٤ س ص × ١٠ ع ن

٣ / أكتب (أكتبي) الحدود الجبرية المتشابهة بين كل مجموعة من الحدود التالية :

(أ) ٥ س ، ٢ ص ، ٤ ص ، ٨ س ، ص ، ٢ س

(ب) ٢ ن ل ، $\frac{ص}{س}$ ، ٤ ن ل ، $\frac{٥ص}{س}$ ، ٨ ل ن ، $\frac{-٢س}{ص}$

١٢ ن ل ، $\frac{ص}{-٢س}$

٤ / جد (جدي) حاصل الاتي:

(أ) ٣س - ٤ص + ٢س + ٥ ص

(ب) ٨ س + ٥ ص -٣س - ٢ ص

Scanned by CamScanner

٥/ أجمع (أجمعي) التعابير الجبرية التالية:

(٣س+ ٨ ص) ، (٢ س -٦ ص)، (٩ س +٢ ص) ، (س + ص)

٦/ جد (جدي) ناتج الطرح: (٥ ل ن + ٨ ص) من (١٢ ل ن + ٥ ص)

٧/ جد (جدي) قيم التعابير الجبرية الأتية: اذا كان س = - ١ ، ص = ٧ ، ن = ٥

أ) ١١ س + ٨ ص

(ب) ٢ ن + ٣ ص

(ج) $\frac{\text{س+ص}}{\text{ن}}$

(د) $\frac{\text{ن}}{\text{٥(ص+س)}}$

٨/ ضع(ضعي) الأقواس في المكان المناسب فيما يلي لتكون الجملة صحيحة:

(أ) ٦×٤+٦÷٣=٢٠

(ب) ٦×٤+٦÷٣=٣٦

(ت) ٨+٢×٤-٢=٢٠

(ث) ٨+٢×٤-٢=١٢

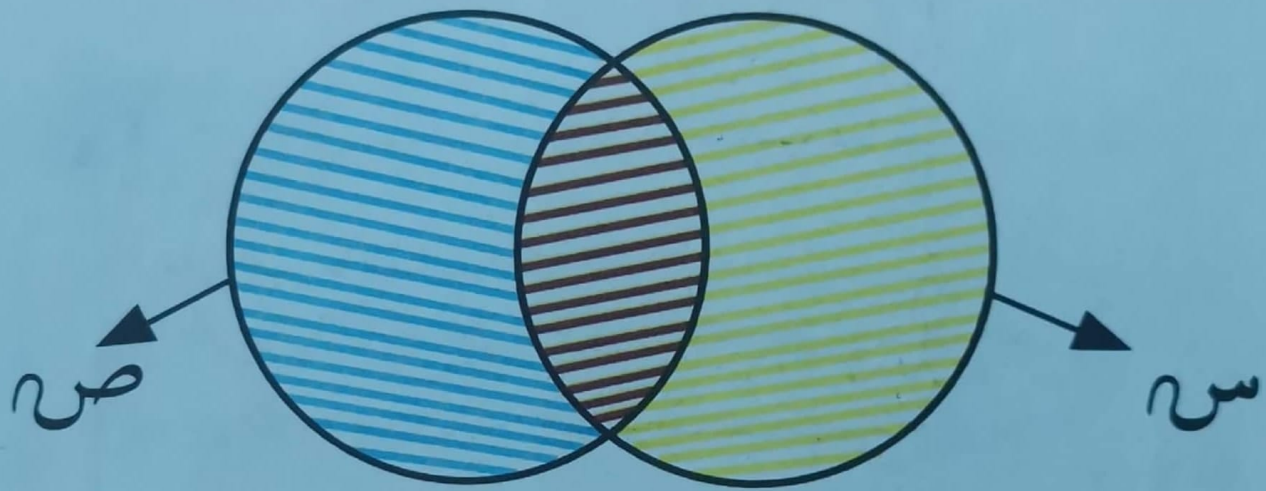
(ج) ٩-٣×٧+٢=٤٤

(د) ٩-٣×٧+٢=٥٤

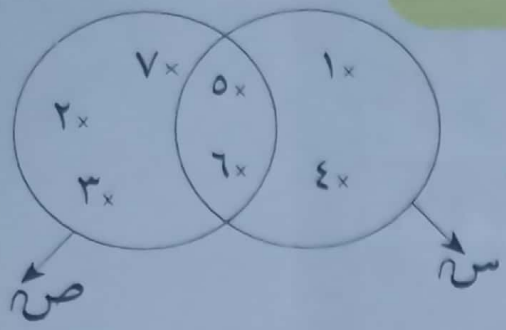
Scanned by CamScanner

الوحدة الخامسة

العمليات علي المجموعات



Scanned by CamScanner



من شكل فن المجاور أكتب (أكتبي)
المجموعتين س، وص، بطريقة رصد العناصر

المجموعة س = ...

المجموعة ص = ...

هل توجد عناصر مشتركة بين المجموعتين س، ص؟ ما هي؟

نعم، توجد عناصر مشتركة بين س، ص وهي {٥، ٦} - هذه المجموعة - {٥، ٦} - التي عناصرها تنتمي للمجموعتين س، ص في آن واحد تسمى مجموعة تقاطع المجموعتين س، ص.

تعريف

تُسمى مجموعة العناصر المشتركة بين س، وص، بمجموعة التقاطع ويُرمز لها بالرمز س ∩ ص بالرمز و يُقرأ المجموعة س تقاطع المجموعة ص.

يُمكن التعبير عن س ∩ ص بطريقة الصفة المميّزة كما يلي:

$$س ∩ ص = \{أ : أ ∈ س \text{ و } أ ∈ ص\}$$

مثال (١)

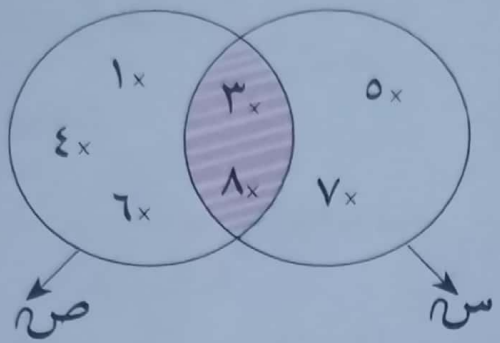
إذا كانت س = {٣، ٥، ٧، ٨}

ص = {١، ٣، ٤، ٦، ٨}

Scanned by CamScanner

مثلْ (مثلِّي) ، بشكل فن، ثم جدْ/ جدِي س ∩ ص، ص ∩ س ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

الحل



س = {٣، ٥، ٧، ٨}

ص = {١، ٣، ٤، ٦، ٨}

س ∩ ص = {٣، ٨}

ص ∩ س = {٣، ٨}

مما سبق نلاحظ أن

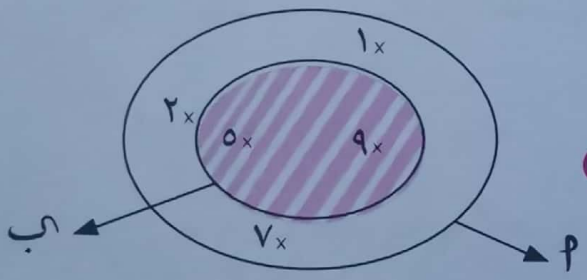
س ∩ ص = ص ∩ س وهذه الخاصية تسمى (خاصية الإبدال)

مثال (٢)

إذا كانت ﻫ = {١، ٢، ٥، ٧، ٩}

ب = {٥، ٩}

جدْ (جدِي) ﻫ ∩ ب ثم ظللْ (ظلِّلي) في شكل فن.



الحل

ﻫ ∩ ب = {٥، ٩} نُلاحِظ أن ب ⊂ ﻫ لذلك كانت ب ∩ ﻫ = ب

نتيجة

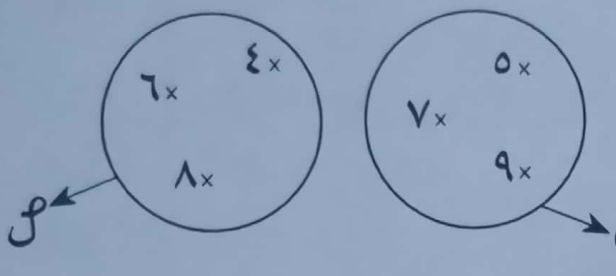
إذا كانت مجموعتان بحيث كانت ص ⊂ س
فإنَّ س ∩ ص = ص ∩ س = ص

Scanned by CamScanner

مثال (٣)

إذا كانت ع = {٥، ٧، ٩} و ل = {س: س عدد زوجي يقع بين ٥ و ٩}
جد (جدِي) ع ∩ ل .

الحل



أولاً: أولاً نكتب بطريقة رصد العناصر ل = {٤، ٦، ٨}

ثانيا: نُمثِّل المجموعتين بشكل ڤن، من شكل ڤن نجد أنَّ ع ∩ ل = ∅

ملاحظة

تُسمى المجموعات غير المتقاطعة مجموعات منفصلة.

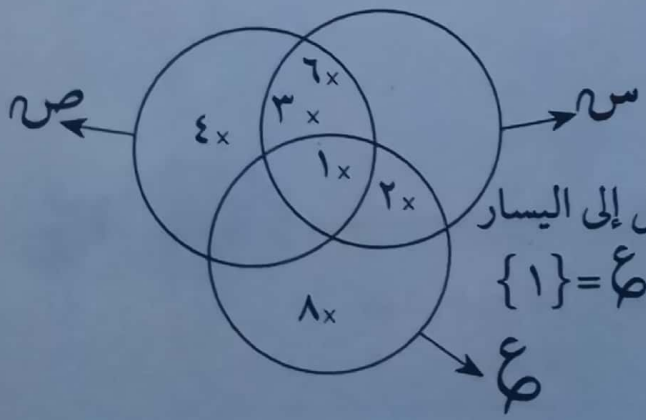
نتيجة:

إذا كانت س، وص، مجموعتين منفصلتين فإنَّ س، ∩ ص، = ∅

مثال (٤)

إذا كانت س، = {١، ٢، ٣، ٦} ص، = {١، ٣، ٤، ٦} ع = {١، ٢، ٨}
مثِّل س، وص، و ع بشكل ڤن، ثُمَّ جِد س، ∩ ص، ∩ ع

الحل



يكون التمثيل بشكل ڤن كما بالشكل إلى اليسار
من الشكل نجد أنَّ س، ∩ ص، ∩ ع = {١}

Scanned by CamScanner

تمرين (١)

(١) جدْ(جدِي) س ∩ ص في كل مما يلي:

(أ) س = {٢، ٣، ٥}

ص = {١، ٢، ٣، ٥}

(ب) س = { أ، ب، ت، ث }

ص = { س: س حرف في كلمه أبجد }

(ت) س = { س: س عدد من مضاعفات العدد ٢ }

ص = {س: س عدد من مضاعفات العدد ٣ }

(٢) إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٣، ٦} ص = {٢، ٣، ٥، ٧}
و ع = {١، ٢، ٣، ٧} مثل كل من س و ص و ع بشكل ڤن، ثم جدْ(جدِي) :

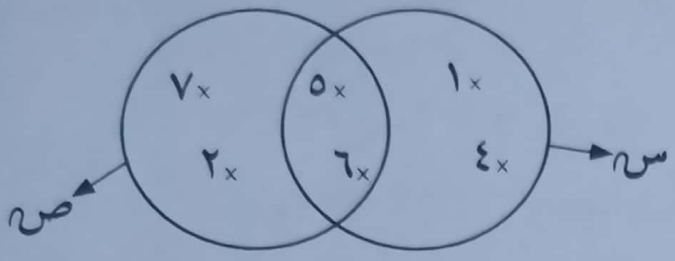
(أ) س ∩ ص (ب) س ∩ ع

(ت) ع ∩ ص (ث) س ∩ ص ∩ ع

(ج) س ∩ س (ح) ع ∩ ∅

Scanned by CamScanner

من شكل فن المجاور ، ماهي العناصر الناتجة عن ضم عناصر المجموعتين معاً س، و ص،:



المجموعة الناتجة عن ضم عناصر المجموعتين س، و ص، هي {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

تعريف:

تُسمى المجموعة الناتجة عن ضم عناصر المجموعتين معاً س، و ص، بمجموعة اتحاد المجموعتين ، ويُرمز لها بالرمز س، ∪ ص، و يُقرأ المجموعة س، إتحاد المجموعة ص،.

يُمكن التعبير عن س، ∪ ص، بطريقة الصفة المميّزة كما يلي:

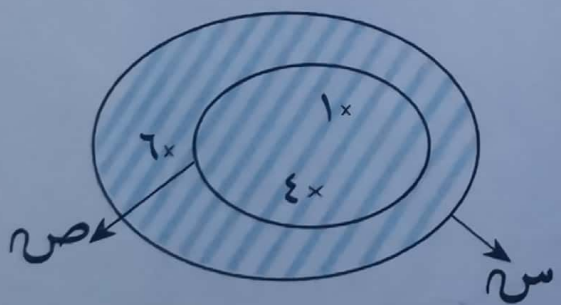
س، ∪ ص، = {أ: أ ∈ س، أو أ ∈ ص،}

مثال (١)

إذا كانت س، = {١، ٤، ٦} و ص، = {١، ٤}

مثِل س، و ص، بشكل فن، ثم ظلّل (ظلِلي) ،ماذا تلاحظ (تلاحظي) .

الحل



س، ∪ ص، = {١، ٤، ٦}

ص، ∪ س، = {١، ٤، ٦}

مما سبق يمكن التوصل إلى الآتي :

س، ∪ ص، = ص، ∪ س، تسمى خاصية الإبدال .

مما سبق نلاحظ أيضاً س، ∪ ص، = س، (ما سبب هذه النتيجة)

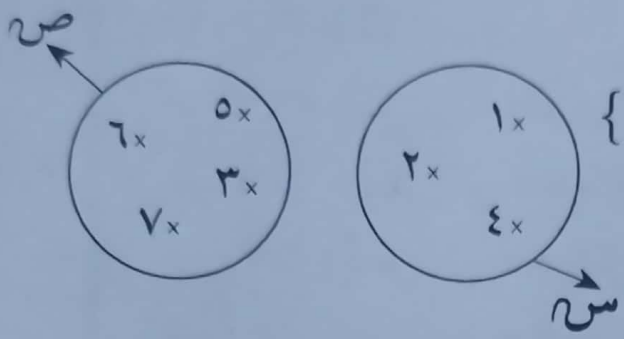
Scanned by CamScanner

مثال (٢)

س = { ١، ٢، ٤ } و ص = {٣، ٥، ٦، ٧}

جدْ (جدِي) المجموعة س ∪ ص ، ثُم مثِّلها بشكل ڤن.

الحل



س ∪ ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

مثال (٣)

إذا كانت س = { س: س عدد زوجي يقع بين ٥ و ٢٠١}

ص = { ص : ص عدد فردي يقع بين ٦ و ٢٠٢ }

جدْ (جدِي) المجموعة س ∪ ص .

الحل

يُمكن التعبير عن المجموعتين بطريقة رصد العناصر

س = {٦، ٨، ١٠، ١٢، ... ، ٢٠٠}

ص = {٧، ٩، ١١، ١٣، ... ، ٢٠١}

س ∪ ص = {٦، ٧، ٨، ٩، ... ، ٢٠١}

= {س: س عدد طبيعي يقع بين ٥ و ٢٠٢}

Scanned by CamScanner

تمرين (٢)

١/ جدْ(جدِي) س ∪ ص في كل مما يلي:

(أ) س = {أ، ب، جـ}

ص = {س:س حرف في كلمة علم}

(ب) س = {س:س عدد يقبل القسمة على ٦}

ص = {س:س عدد يقبل القسمة على ٣}

(ج) س = {س:س عدد من مضاعفات العدد ٢}

ص = {س:س عدد من مضاعفات العدد ٣}

٢/ إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٣، ٦} ، ص = {٢، ٤، ٦}

و ع = {١، ٣، ٤، ٧} ، مثِل كل من س، ص و ع بشكل فن، ثم ظلل/ ظللي المجموعات التالية:

(أ) س ∪ ص

(ب) س ∪ ص ∪ ع

(ت) ص ∪ ع

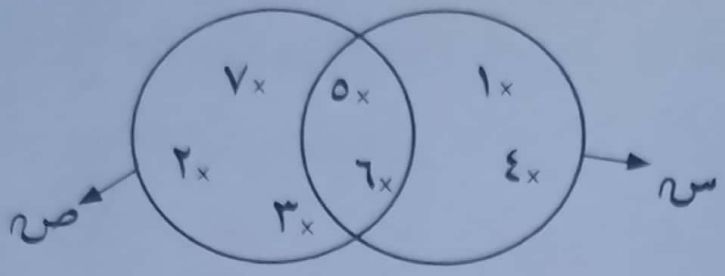
(ث) ∅ ∪ ع

(ج) ع ∪ ع

Scanned by CamScanner

الدرس الثالث - الفرق بين مجموعتين

انظر (انظري) لشكل فن المجاور، ثُمَّ أجب (أجبي) عن السؤال التالي:



ما هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة س ولا تنتمي إلى ص المجموعة ؟

تعريف:

تُسمى مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة س ولا تنتمي إلى المجموعة ص بفرق المجموعة س عن المجموعة ص، ويُرمز لها بالرمز س - ص و يُقرأ س فرق ص.

يُمكن التعبير عن س - ص بطريقة الصفة المميّزة كما يلي:

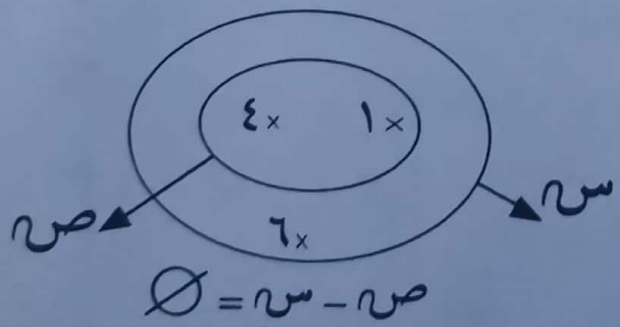
$$س - ص = \{ أ : أ \in س \text{ و } أ \notin ص \}$$

مثال (١)

إذا كانت س = { ١، ٤، ٦ } ص = {١، ٤}

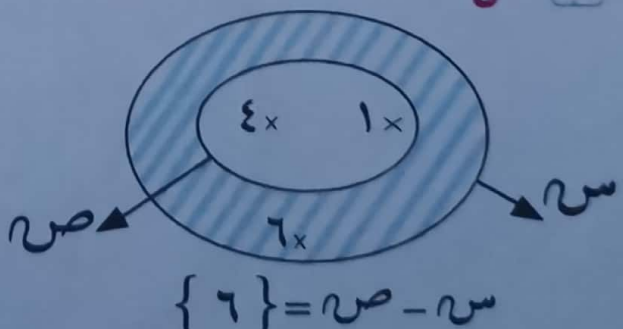
مثِّل س و ص بشكل فن، ثُمَّ ظلِّل (ظلِّلي) كل من س - ص و ص - س

الحل



ص - س = ∅

لا يوجد تظليل لأن المجموعة خالية



س - ص = { ٦ }

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

إذا كانت س = { ١، ٢، ٤ }

و ص = { ١، ٢، ٥، ٦ }

جِد (جِدي) المجموعتين س - ص و ص - س ماذا تُلاحِظ (تُلاحِظين)؟

الحل

س - ص = {٤}

ص - س = {٥، ٦}

تُلاحِظ عدم وجود تقاطع بين هاتين المجموعتين، لماذا؟

مثال (٣)

إذا كانت س = { س : س عدد زوجي يقع بين ٥ و ٢٠١ }

ص = { س : س عدد فردي يقع بين ٦ و ٢٠٢ }

جِد (جِدي) المجموعتين س - ص و ص - س ماذا تُلاحِظ؟

الحل

يُمكن التعبير عن المجموعتين بطريقة رصد العناصر

س = { ٦، ٨، ١٠، ١٢، ... ، ٢٠٠ }

ص = { ٧، ٩، ١١، ١٣، ... ، ٢٠١ }

س - ص = { ٦، ٧، ٨، ٩، ... ، ٢٠١ } = س

ص - س = { ٧، ٩، ١١، ١٣، ... ، ٢٠١ } = ص

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

١. جِد (جِدي) كل من س ∩ ص و س − ص في كل مما يلي:

(أ) س = { أ، ب، ج }

ص = {س: س حرف في كلمة علم }

(ب) س = {س: س عدد يقبل القسمة على ٦ }

ص = { س: س عدد يقبل القسمة على ٣ }

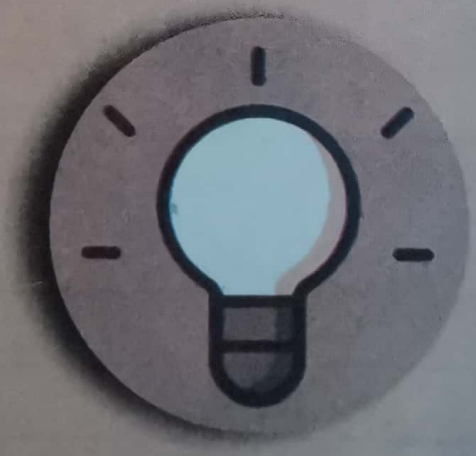
(ت) س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

ص = {٠، ٢، ٤، ٦، ٨}

٢. إذا كانت س = {١، ٢، ٣} ص = {٢، ٤، ٥} و ع = {٣، ٤، ٥}، مثِّل (مثِّلي) كل من س ، ص و ع بشكل ڤن، ثُمَّ ظلِّل (ظلِّلي) المجموعات التالية:

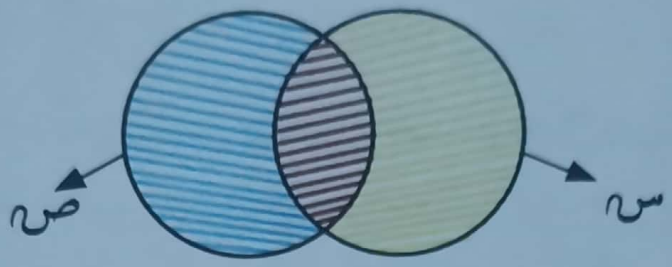
(أ) ع − ص (ب) س − ع

(ت) س − ص (ث) ص − ع



Scanned by CamScanner

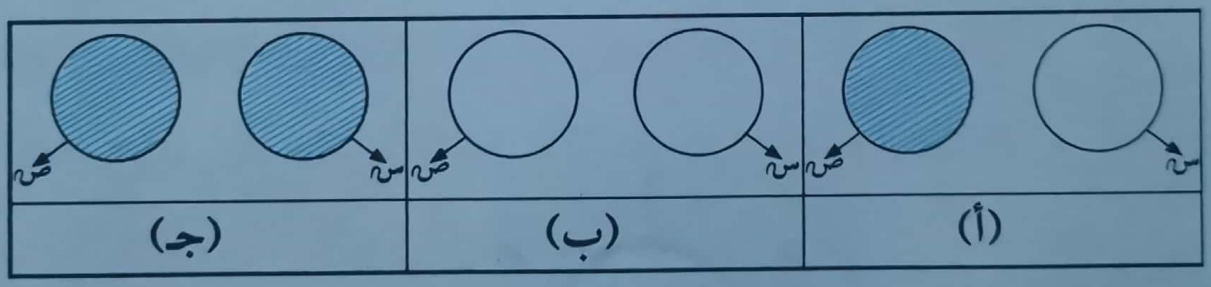
١) أنظر (أنظري) إلى شكل فن ثم أملأ (أملأي) الجدول أدناه معبراً عن كل جزء مظلَّل بلون باستخدام عمليات المجموعات، مع العلم بأنَّ مجموعات غير خالية.



الحل

اللون			
المجموعة	س - ص	س ∩ ص	ص - س

٢) عبِّر (عبِّري) المجموعة المُظلَّلة باستخدام عمليات المجموعات في كل شكل من أشكال فن في الجدول أدناه



(أ)	(ب)	(جـ)

الحل

(أ)	(ب)	(جـ)
ص - س	ص ∩ س	ص ∪ س

Scanned by CamScanner

٣) في صف دراسي سجَّلَ كل طالب في واحدة على الأقل من جمعيات الصف، إذا كانت س جمعية العلوم ، ص جمعية الرياضيات و ع جمعية الجغرافيا، عبِّر عن المجموعات التالية بدلالة كل من س، ص و ع .

(أ) مجموعة الطلاب المسجَّلين في جمعية العلوم أو الجغرافيا.

(ب) مجموعة الطلاب المسجَّلين في جمعية العلوم أو الجغرافيا وليس في جمعية الرياضيات.

(ج) مجموعة الطلاب المسجَّلين في جمعية الجغرافيا والرياضيات.

(د) مجموعة الطلاب المسجَّلين في الجمعيات الثلاث معاً.

(هـ) مجموعة الطلاب المسجَّلين في أي من الجمعيات الثلاث.

الحل

(أ) س ∪ ع

(ب) {س ∪ ع} - ص

(ج) ع ∩ ص

(د) س ∩ ص ∩ ع

(هـ) س ∪ ص ∪ ع

Scanned by CamScanner

تمرين عام

١) إذا كانت س = { ١، ٢، ٣ }، ص = {٢، ٣، ٤ } و ع = { ٤، ٥}،
مثّل (مثّلي) كل من س، ص و ع بشكل فن، ثُمَّ ظلّل (ظلّلي) المجموعات التالية:

(أ) ع - ص　　(ب) س - ع

(ت) س - ص　　(ث) ص - ع

(ح) س ∪ ع　　(ج) س ∪ ص

(خ) ع ∩ ص　　(د) ص ∪ ع

٢) إذا كانت س = { أ: أ عدد من مضاعفات العدد ٢ }

ص = { أ: أ عدد من مضاعفات العدد ٥ }

ع = { أ: أ عدد من مضاعفات العدد ١٠ }

حدّد (حدّدي) صحة العبارات التالية:

(أ) س ∩ ص = ∅　　(ب) ع - ص = س

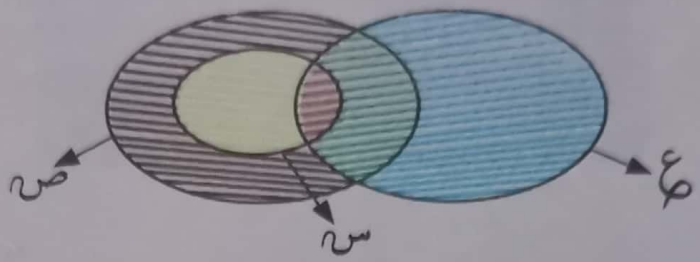
(ت) س ∪ ص = ع　　(ث) ع ∩ س = س

(ج) ص - ع = ∅　　(ح) ع ∪ س = ع

(خ) س ∩ ص = ع　　(د) (ع - س) - ص = ∅

Scanned by CamScanner

٣) أنظر/ أنظري إلى شكل فن ثم أملأ/ أملأي الجدول أدناه معبراً عن كل جزء مظلَّل بلون باستخدام عمليات المجموعات، مع العلم بأنَّ المجموعات غير خالية.



اللون					
المجموعة					

٤) إذا س، ص كانت مجموعات غير خالية أكمل (أكملي) الجمل التالية:

(أ) إذا كان س ∩ ص = ∅ فإن س ، ص .....

(ب) إذا كان س ∩ ص = ∅ فإن س − ص .....

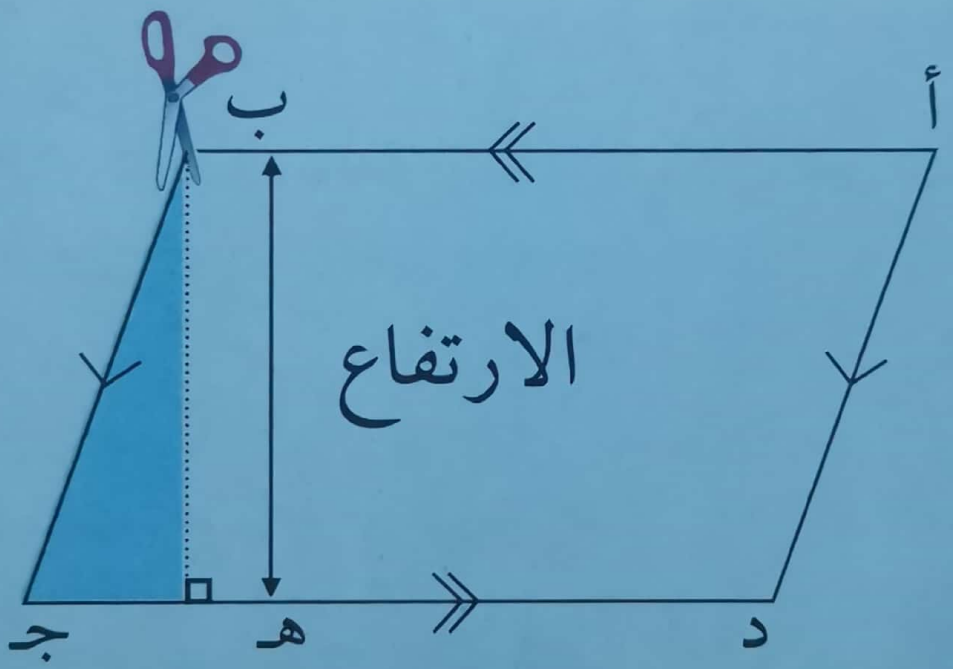
(ج) إذا كان س ∪ ص = ص فإن س .....

(د) إذا كان س − ص = س فإن س ∩ ص .....

Scanned by CamScanner

الوحدة السادسة

مساحة الأشكال الهندسية



Scanned by CamScanner

تعريف

هي عدد الوحدات المربعة التي تغطي حيزاً يحصره منحنى مغلق.

نشاط (١)

الشكل (١)

(١) أحسب (أحسبي) عدد المربعات في الشكل (١) و(٢).

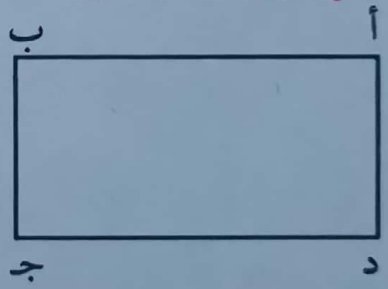
(٢) عدد الوحدات المربعة المتساوية

تساوي ١٨ في الشكل (١).

(٣) عدد الوحدات المربعة المتساوية تساوي ٩ في الشكل (٢).

الشكل (٢)

(أ) الفرق بين المحيط والمساحة :انظر (انظري) الشكلين التاليين:



الشكل (١)

الشكل (٢)

هل يوجد فرق بين الشكلين (١) ، (٢) ؟

- نجد أن الشكل (١) يمثل محيط مستطيل أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$، $\overline{د أ}$، وهو طول الإطار الخارجي المغلق.
- بينما الشكل (٢) يمثل مساحة المستطيل الذي أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$ ، $\overline{د أ}$.

Scanned by CamScanner

(ب) وحدة قياس المساحة :

المساحة هي عدد مربعات الوحدة داخل كل مضلع وتقاس بوحدات الطول المربعة وهي المليمتر المربع، السنتيمتر المربع، الديسيمتر المربع، المتر المربع، الكيلومتر المربع.

نشاط (٢)

ارسم (ارسمي) مستطيلين مساحة كل منهما ٣٦ وحدة مربعة علي ورقة مربعات.

خصائص المستطيل

تعريف

معلوم أن المستطيل هو شكل رباعي فيه كل ضعلين متقابلين متساويين ومتوازيين وزواياه الأربع قوائم.

خصائص المستطيل هي:

(١) يحوي المستطيل بعدين فقط هما الطول والعرض.

(٢) جميع زواياه متساوية كل منها تساوي ٩٠°.

(٣) كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين.

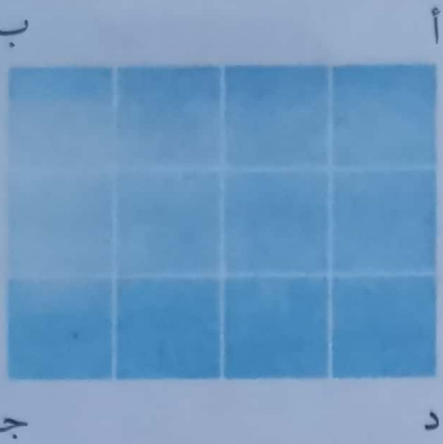
(٤) مجموع زوايا المستطيل الداخلية ٣٦٠°.

(٥) قطرا المستطيل متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر.

مساحة المستطيل

خذ (خذي) المستطيل أ ب جـ د طوله ٤ سم و عرضه ٣ سم بحيث كل مربع داخل المستطيل يمثل ١ سم^{٢}.

Scanned by CamScanner



كم عدد المربعات داخل المستطيل ؟

نجد أن عدد المربعات داخل المستطيل = ١٢

مربع = ٤ × ٣ = ٤ (الطول) × ٣ (العرض).

قاعدة

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مثال (١)

جد (جدي) مساحة مستطيل قياس طوله ٥سم و قياس عرضه ٣سم.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢} .

مثال (٢)

جد/ جدي مساحة مستطيل قياس طوله ١٢سم و قياس عرضه ١سم.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٢ × ١ = ١٢ سم^{٢} .

مثال (٣)

مستطيل مساحته ٦٣ سم^{٢} و قياس طوله ٩ سم أحسب (أحسبي) عرضه.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض ٦٣ = ٩ × العرض

∴ العرض = ٦٣ ÷ ٩ = ٧ سم

Scanned by CamScanner

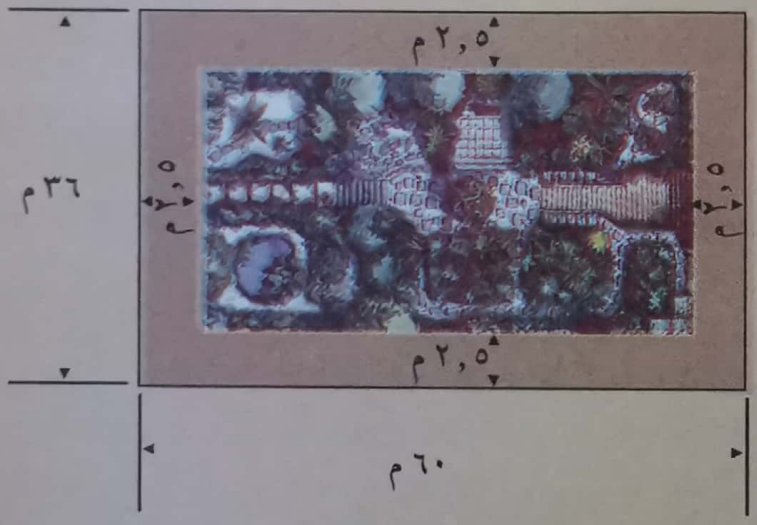
تمرين (١)

١. جد (جدي) مساحة مستطيل طوله ١٣ سم وعرضه ٢ سم

٢. مستطيل مساحته ٩٦ سم٢، وعرضه ٨ سم. أحسب (أحسبي) طوله.

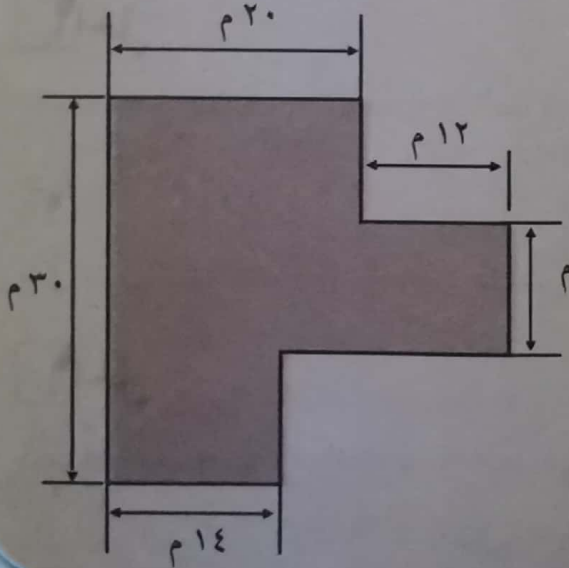
٣. قطعة أرض مستطيلة طولها ١٠٥ متراً وعرضها ٨٠ متراً أحسب (أحسبي) مساحتها بالأفدنة (الفدان = ٤٢٠٠ متر مربع)

٤. حديقة مستطيلة الشكل طولها ٦٠ متراً وعرضها ٣٦ متراً.



أحيطت بممر عرضه ٢,٥ متر، أحسب (أحسبي) مساحة الممر بالأمتار المربعة

٥. الشكل المجاور يمثل مخططاً لقطعة أرض.



أحسب (أحسبي) مساحتها إذا علمت أن الأطوال المذكورة بالأمتار.

Scanned by CamScanner

الدرس الثاني - المربع

تعريف

معلوم أن المربع هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية و جميع زواياه متساوية وقائمة.

خصائص المربع هي:

(١) أضلاعه متساوية في الطول.

(٢) جميع زواياه متساوية وكل منها تساوي ٩٠°.

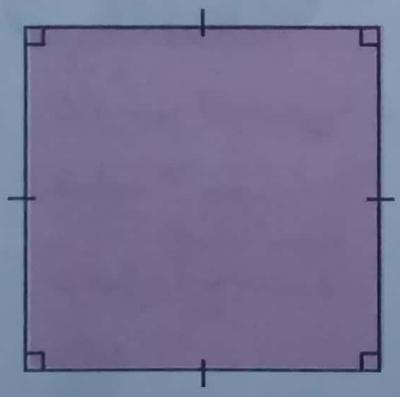
(٣) مجموع زوايا المربع الداخلية ٣٦٠°.

(٤) قطرا المربع متساويان في الطول ومتعامدان وينصف كل منهما الآخر.

مساحة المربع

(أ) مساحة المربع بمعلومية طول ضلعه :

المربع هو حالة خاصة من المستطيل وفيه الطول = العرض



سبق أن تعلمت أن :

مساحة المستطيل = الطول × العرض

ولأن طول المربع يساوي عرضه

فإن مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

قاعدة

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

Scanned by CamScanner

مثال (١)

جد (جدي) مساحة مربع طول ضلعه ٥سم؟

الحل

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = ٥×٥ = ٢٥سم^{٢}

مثال (٢)

مربع مساحته ٨١ سم^{٢} جد (جدي) طول ضلعه .

الحل

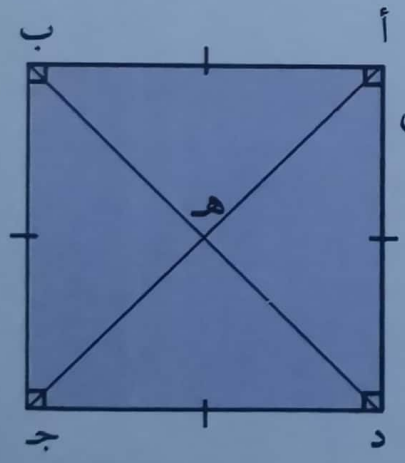
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مساحة المربع = مربع طول الضلع

طول الضلع = $\sqrt{\text{المساحة}}$ = $\sqrt{٨١\ \text{سم}^{٢}}$ = ٩ سم

(ب) مساحة المربع بمعلومية طول قطره :

نشاط



○ ارسم (ارسمي) مربع أ ب جـ د الذي طول ضلعه ٣ سم .

○ صل $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$.

القطعتان المستقيمتان تسميان قطرا المربع

○ قس(قيسي) طول $\overline{\text{أ جـ}}$ ، وطول $\overline{\text{ب د}}$ ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

Scanned by CamScanner

○ سم(سمي) نقطة تقاطع القطرين هـ .

○ قس(قيسي) طول $\overline{أهـ}$ ، و طول $\overline{هـ جـ}$ ماذا تلاحظ ؟

○ قس(قيسي) طول $\overline{ب هـ}$ ، و طول $\overline{هـ د}$ ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ أن

قطرا المربع ينصف كل منهما الآخر

○ قس(قيسي) زاوية أ هـ د ، زاوية أ هـ ب ، زاوية ب هـ جـ ، زاوية جـ هـ د ماذا تلاحظ ؟

نجد أن كل الزوايا تساوي ٩٠° .

نلاحظ أن

قطرا المربع متعامدان

قاعدة

ولإيجاد مساحة المربع بمعلومية طول قطره يمكن تطبيق القاعدة :

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ طول القطر × طول القطر

مثال(٣)

أوجد (أوجدي) مساحة المربع الذي طول قطره ٦ سم .

الحل

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ طول القطر × طول القطر = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٦ = ١٨ سم^{٢}

Scanned by CamScanner

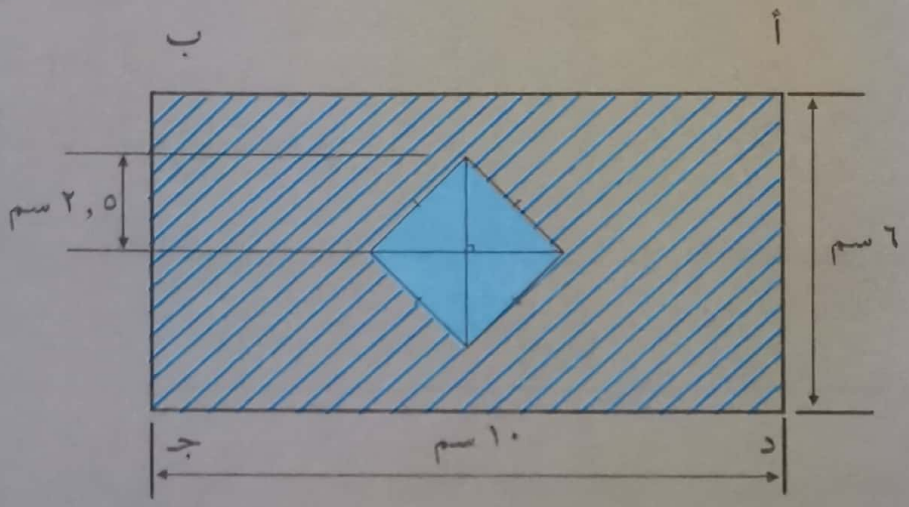
تمرين (٢)

١/ مربع طول ضلعه ٥ سم جد مساحته؟

٢/ إذا كان مساحة مربع ١٤٤ سم^{٢} جد طول ضلعه؟

٣/ جد/ جدي مساحة مربع طول قطره ١٢ سم

٤/ من الشكل إلى اليسار جد الآتي :



أ. مساحة المستطيل .

٢. مساحة المربع .

جـ . مساحة المنطقة المظللة .

Scanned by CamScanner

الدرس الثالث - متوازي الأضلاع

تعريف

معلوم ان متوازي الأضلاع هو شكل رباعي له اربعة اضلاع واربعة رؤوس فيه كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين .

خصائص متوازي الأضلاع هي:

(١) كل زاويتين متقابلتين متساويتين.

(٢) كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين.

(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر.

(٤) مجموع زوايا متوازي الأضلاع الداخلية ٣٦٠°.

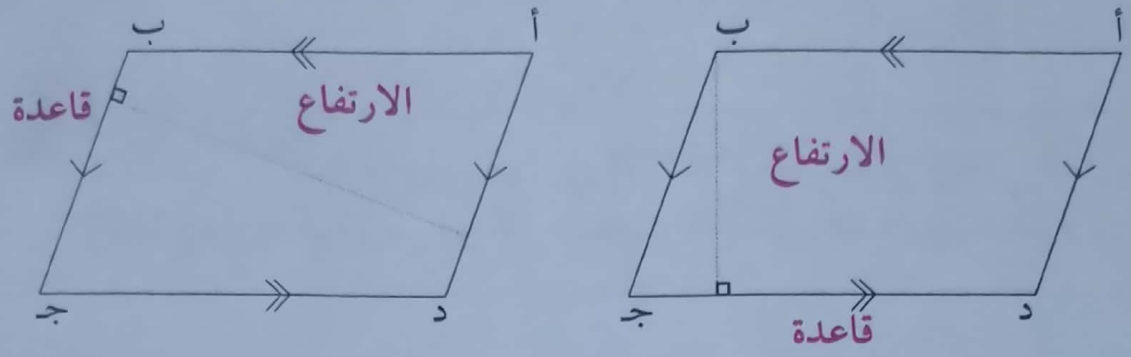
مساحة متوازي الأضلاع

متوازي الاضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين في الطول.

يسمى أحد اضلاع متوازي الاضلاع القاعدة ويسمى البعد العمودي بين القاعدة وبين الضلع المقابل لها الارتفاع.

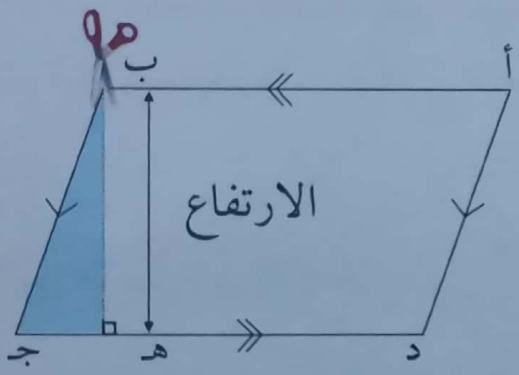
Scanned by CamScanner

انظر/ انظري الشكل التالي :



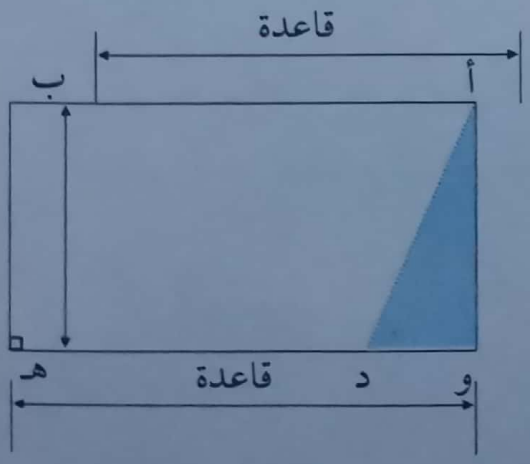
لاحظ (لاحظي) أن لكل قاعدة في متوازي الأضلاع ارتفاعاً مرافقاً لها

لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع اتبع (اتبعي) الخطوات التالية:



(١) قصّ (قصّي) متوازي الأضلاع أ ب جـ د من قطعة ورق بحيث يكون مطابقًا للشكل المجاور، ومن أحد رؤوسه د ارسم(ارسمي) القطعةَ العموديَّة د هـ على الضلعِ المقابل ب ج

(٢) افصل(افصلي) المثلث د هـ جـ ثم أنقله إلى الوضع أ و ب .



ما اسمُ الشكلِ الناتج أ و هـ د ؟

نلاحظ أن متوازي الأضلاع قد تحول إلى مستطيل طوله يساوي طول قاعدة متوازي الأضلاع وعرضه يساوي ارتفاع متوازي الأضلاع.

Scanned by CamScanner

أي أن مساحةُ متوازي الأضلاع أ ب جـ د = مساحة .....

∴ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

مثال (١)

متوازي أضلاع طول قاعدته ٨سم وارتفاعه ٣سم، أحسب(أحسبي) مساحته.

الحل

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع = ٨ × ٣ = ٢٤ سم^{٢}

مثال (٢)

متوازي أضلاع مساحته ١٨٠سم^{٢} وطول قاعدته ١٥ سم أحسب (أحسبي) ارتفاعه.

الحل

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

∴ الارتفاع = مساحة متوازي الأضلاع ÷ طول القاعدة

= ١٨٠ ÷ ١٥ = ١٢سم

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

(١) جد (جدي) مساحة متوازي الأضلاع الذي طول قاعدته ٩ أمتار وارتفاعه ٥ أمتار.

(٢) جد (جدي) مساحة متوازي الأضلاع الذي ارتفاعه ١٢سم وطول قاعدته يزيد عن ارتفاعه مقدار ٨ سم.

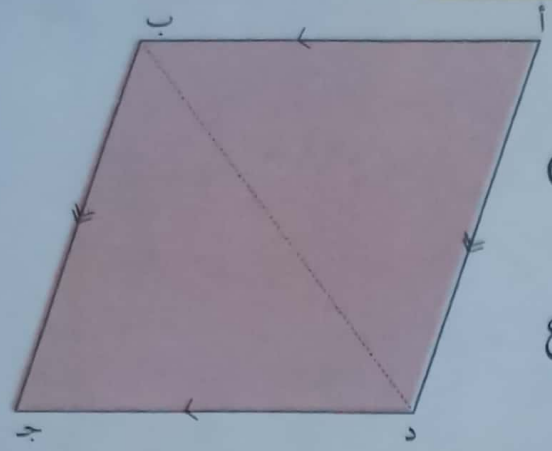
(٣) جد (جدي) مساحة متوازي الأضلاع الذي ارتفاعه ١٦ متراً وقاعدته تزيد ٧ أمتار عن نصف ارتفاعه.

(٤) متوازي أضلاع ارتفاعه ١٥سم ومساحته تساوي مساحة المستطيل الذي طوله ٢٧سم وعرضه ٢٥ سم . أحسب (أحسبي) طول قاعدة متوازي الأضلاع.

(٥) متوازي أضلاع طول قاعدته ٥٠ سم وارتفاعه ٣٢ سم. أحسب (أحسبي) مساحته، ثم أحسب (أحسبي) طول ضلع المربع الذي يساويه في المساحة.

(٦) متوازي أضلاع ارتفاعه ١٢٠ متراً وطول قاعدته ضعف ارتفاعه جد (جدي) مساحته.

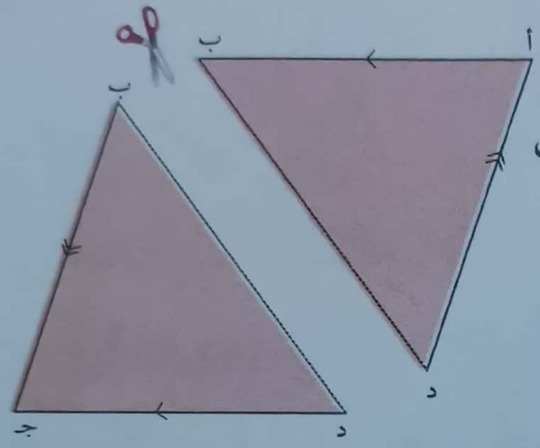
Scanned by CamScanner



(أ) مساحة المثلث بصورة عامة:

لإيجـــاد مســـاحة المثلث اتبع (اتبعي) الخطوات التالية:

(١) ارسم (ارسمي) متوازي الأضـلاع أ ب جـ د ثم صل/ صلي قطره $\overline{ب د}$.



(٢) قص (قصي) المثلث أ ب د عن المثلث ب جـ د.

(٣) أطبق (أطبقي) أ ب د مع ب جـ د ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟ .

القطر قسّم متوازي الأضلاع الى مثلثين متطابقين .

أي أن مساحة المثلث أ ب د = نصف مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د .

وبما أن مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

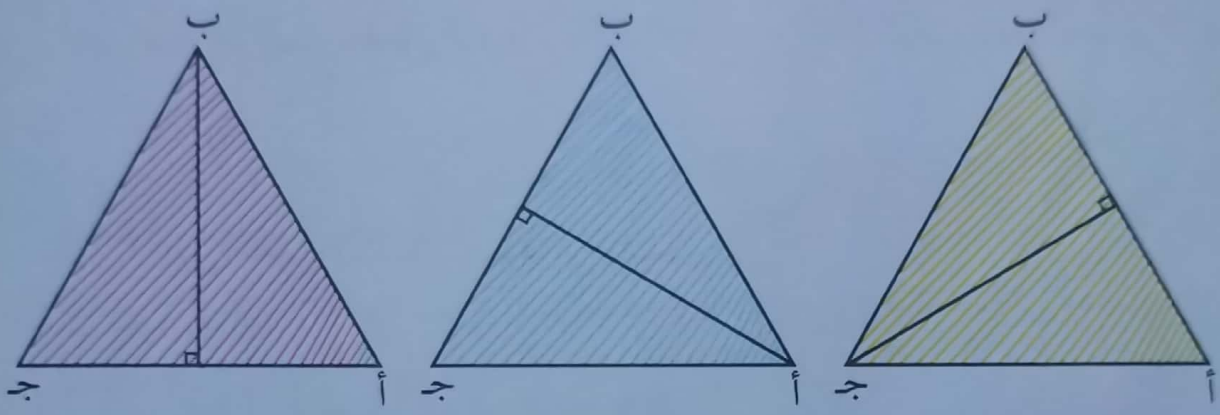
إذن : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ (طول القاعدة × الارتفاع)

Scanned by CamScanner

ملحوظة

١) في الشكل السابق على الرغم من أن $\overline{ب د}$ ليس ضلعاً في متوازي الأضلاع إلاَّ أنَّ القانون الأخير يظل صحيحاً.

٢) يمكن اعتبار أي ضلع من أضلاع المثلث قاعدة له ويكون الارتفاع في هذه الحالة هو العمود النازل عليه من الرأس المقابل له كما في الشكل أدناه :



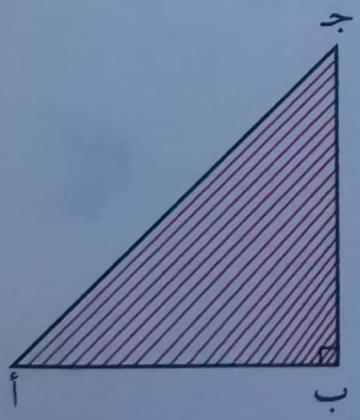
مثال (١)

جد(جدي) مساحة المثلث الذي طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه ٢ , ١ سم.

الحل

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٢ , ١ = ٤ , ٨ سم^{٢}



(ب) مساحة المثلث القائم الزاوية:

الشكل المقابل يمثل مثلث قائم الزاوية في ب .

اذا اعتبرنا $\overline{ب ج}$ قاعدة فإن $\overline{أ ب}$ يكون هو ارتفاعه.

∴ مساحة أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × $\overline{ب ج}$ × $\overline{أ ب}$

∴ مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة)

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

مثلث قائم الزاوية إذا كان طولا ضلعي الزاوية القائمة ، ٦ سم ، ٥ سم جد (جدي) مساحته .

الحل

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة)

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٥ = ١٥$ سم^{٢}

مثال (٣)

مثلث قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ٦ سم، ومثلث آخر قائم الزاوية طولا ضلعي الزاوية القائمة ١٨ سم، ٤ سم ، جد (جدي) النسبة بين مساحتي المثلثين.

الحل

مساحة المثلث الأول = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

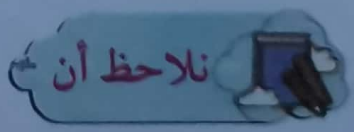
$= \frac{١}{٢} \times ١٢ \times ٦ = ٣٦$ سم^{٢}

مساحة المثلث الثاني = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة)

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢} \times ١٨ \times ٤ = ٣٦$ سم^{٢}

النسبة بين مساحتي المثلثين هي ٣٦ : ٣٦ = ١ : ١

قارن(قارني) بين مساحتي المثلثين ماذا تلاحظ/ تلاحظين ؟

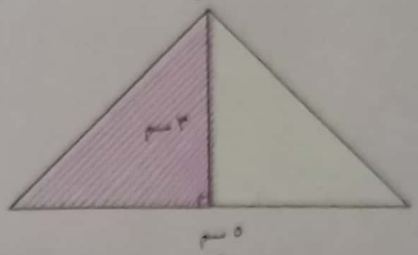


مساحتا المثلثين متساويتان على الرغم من اختلاف أطوال أضلاعهما.

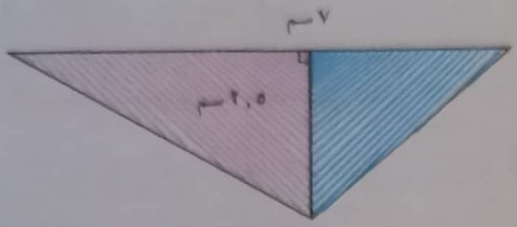
Scanned by CamScanner

تمرين (٤)

(١) جد (جدي) مساحة كل من المثلثين التاليين :



(أ)



(ب)

(٢) جد (جدي) مساحة المثلث الذي طول قاعدته ٢٠ سم وارتفاعه ٧ سم.

(٣) جد (جدي) طول قاعدة مثلث مساحته ٧٢ سم^{٢} وارتفاعه ٩ سم.

(٤) جد (جدي) ارتفاع مثلث طول قاعدته ١٦ سم ومساحته تساوي مساحة مربع طول ضلعه ٨ سم.

(٥) جد (جدي) النسبة بين مساحتي المثلثين:

الأول : طول قاعدته ١٤ سم وارتفاعه ٧ سم.

الثاني: مثلث قائم الزاوية طولا ضلعي الزاوية القائمة ٢١ سم ، ٦ سم.

(٦) قطعة أرض على شكل مستطيل طوله ٨٠ متراً وعرضه ٦٠ متراً، استبدلت بقطعة أرض مثلثة مساوية لها في المساحة طول قاعدتها يساوي طول المستطيل. جد (جدي) طول الارتفاع النازل على القاعدة.

Scanned by CamScanner

الدرس الخامس - المعين

تعريف

معلوم أن المعين هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية و جميع زواياه غير قائمة.

خصائص المعين هي:

(١) أضلاعه متساوية في الطول وكل ضلعين متقابلين متوازيين.

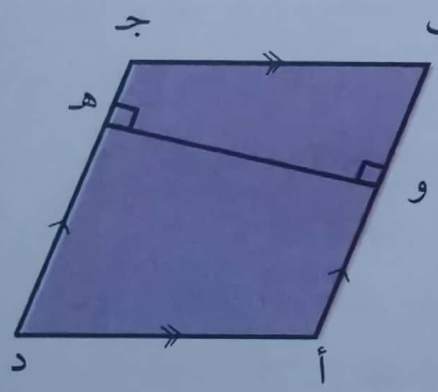
(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتين.

(٣) مجموع زوايا المعين الداخلية ٣٦٠°.

(٤) قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

مساحة المعين

(أ) مساحة المعين بدلالة القاعدة والارتفاع:



المعين عبارة عن متوازي أضلاع جميع أضلاعه متساوية.

مساحة المعين= مساحة متوازي الأضلاع

مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع

مثال(١)

جد (جدي) مساحة المعين الذي طول قاعدته ٧ سم وارتفاع ٥ سم

الحل

مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع = ٧ × ٥ = ٣٥ سم^{٢}

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

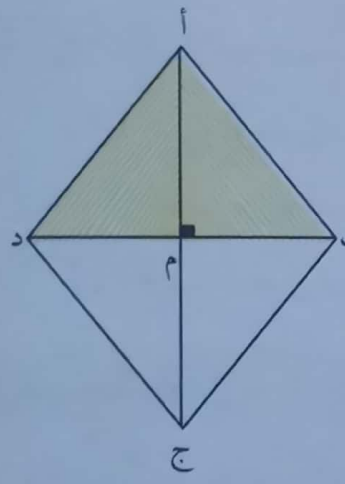
معين محيطه ٣٦ سم وارتفاعه ٦ سم جد (جدي) مساحته.

الحل

ضلع المعين = المحيط ÷ ٤ = ٣٦ ÷ ٤ = ٩ سم

مساحة المعين = طول قاعدته × الارتفاع = ٩ × ٦ = ٥٤ سم^{٢}

(ب) مساحة معين بدلالة قطريه:

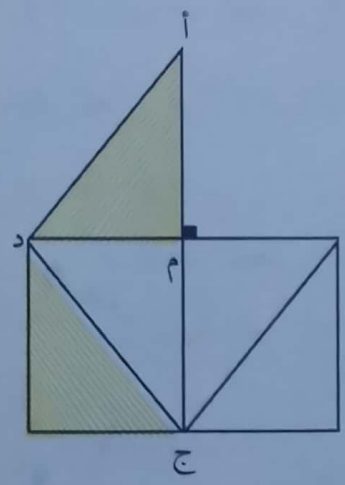


(١) ارسم (ارسمِّي) المعين أ ب جـ د ثم صل (صلي) قطريه أ ج ، ب د ليتقاطعا في م.

(٢) قص (قصي) مثلث أ ب م وضعه بجانب المثلث م ج د واجعله (اجعليه) ملاصقاً له ليأخذ الوضع ج ل د .

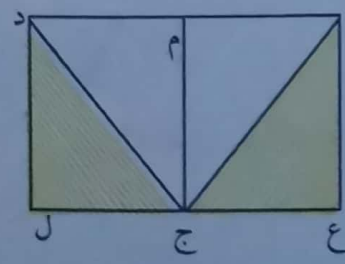
(٣) قص (قصي) المثلث أ م د وضعه (ضعيه) بجانب المثلث ب ج م واجعله (اجعليه) ملاصقاً له ليأخذ الوضع ب ع جـ.

(٤) يتكون المستطيل ب ع ل د ، قاعدته ب د وهي احد اقطار المعين، وارتفاعه م ج وهو نصف القطر الآخر للمعين.



∴ مساحة المعين أ ب جـ د = مساحة المستطيل ب ع ل د، مساحة المستطيل ب ع ل د = طول القاعدة ب د × طول الارتفاع م ج = ب د × $\frac{١}{٢}$ أ ج = $\frac{١}{٢}$ ب د × أ ج .

وبالتالي مساحة المعين = طول أحد القطرين × نصف طول القطر الآخر.



∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه

Scanned by CamScanner

مثال (٣)

جد (جدي) مساحة المعين الذي طولا قطرية ٢٢ سم ، ١٦ سم.

الحل

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب طولا قطريه

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٢ × ١٦ = ١٧٦ سم^{٢}

مثال (٤)

مساحة معين ٢٢٤ متراً مربعاً وطول أحد قطريه ٢٨ متراً، جد (جدي) طول القطر الآخر.

الحل

نصف القطر الاول = $\frac{١}{٢}$ × ٢٨ = ١٤ متراً

طول قطر المعين الآخر = مساحة المعين ÷ نصف القطر الأول

= ٢٢٤ ÷ ١٤ = ١٦ متراً

تمرين (٥)

(١) جد (جدي) مساحة معين طولا قطريه ٨ أمتار ، ١٤ متراً.

(٢) معين محيطه ٣٩٦ سم والبعد العمودي بين ضلعين متوازيين فيه ٢٠ سم جد (جدي) مساحته.

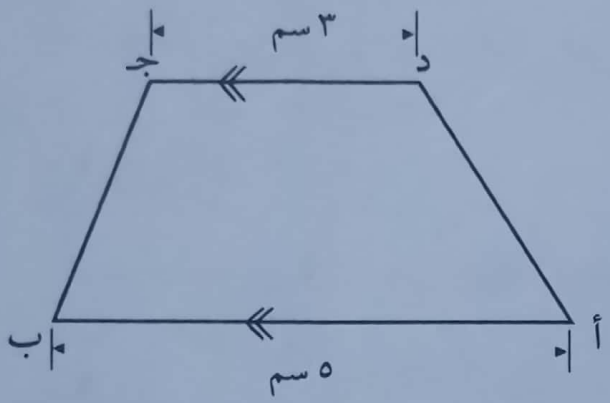
(٣) قطعة أرض علي شكل معين مساحتها ٦٠٠ م^{٢} ، وطول أحد قطريه ٤٠ م ، جد (جدي) طول القطر الآخر.

(٤) معين طول محيطه ١٤٠ سم ، جد (جدي) طول ضلعه. اذا كان طولا قطريه ٥٦ سم، ٤٢ سم، جد (جدي) مساحته ثم أحسب (أحسبي) طول ارتفاعه.

(٥) سجادة علي شكل معين طولا قطريها ٥ , ٢ متر ، ٦ , ٣ متر، أحسب (أحسبي) ثمنها اذا كان سعر المتر المربع من السجادة ١٠٠٠ جنيه .

Scanned by CamScanner

نشاط (١)



(١) ارسم (ارسمي) المستقيم $\overline{أب}$ طوله ٥ سم.

(٢) ارسم (ارسمي) مستقيماً آخر $\overline{جد}$ يوازي المستقيم $\overline{أد}$ وطوله ٣ سم.

(٣) صل (صلي) $\overline{أد}$ ، $\overline{ب ج}$.

مثل هذا الشكل يسمى شبه منحرف

تعريف

شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان.

ففي الشكل السابق يسمى الضلعان المتوازيان $\overline{أب}$ ، $\overline{ج د}$ بقاعدتي شبه المنحرف والضلعان الآخران $\overline{أد}$ ، $\overline{ب ج}$ بساقي شبه المنحرف.

و يسمى $\overline{أب}$ القاعدة الكبرى ،$\overline{ج د}$ القاعدة الصغرى .

خصائص شبه المنحرف هي:

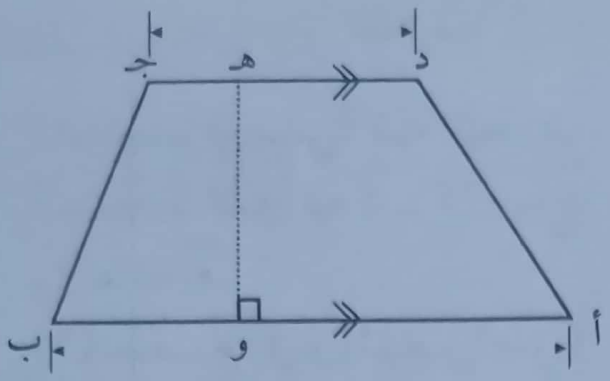
(١) قاعدتا شبه المنحرف متوازيتان.

(٢) الزاويتان المتجاورتان على نفس الساق متكاملة .

(٣) مجموع زوايا شبه المنحرف الداخلية ٣٦٠°

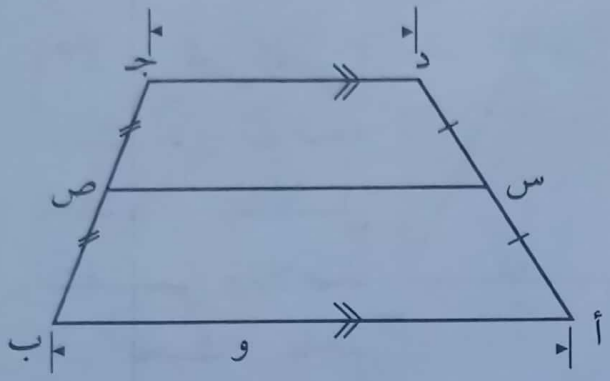
Scanned by CamScanner

ارتفاع شبه المنحرف:



البعد العمودي بين القاعدتين المتوازيتين يسمى ارتفاع شبه المنحرف مثل هـ و .

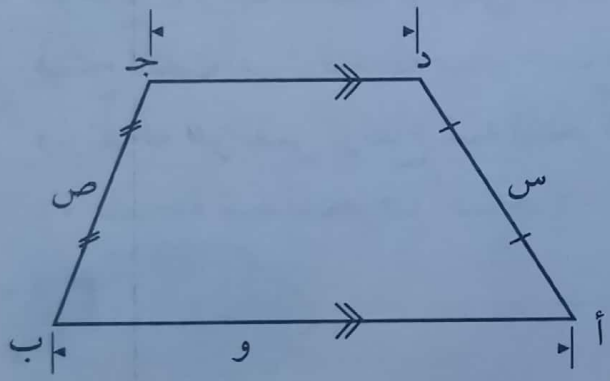
القاعدة المتوسطة:



المستقيم الواصل بين منتصفي $\overline{أب}$ ، $\overline{د ج}$ يسمى القاعدة المتوسطة ، والقاعدة المتوسطة توازي كلاً من القاعدتين المتوازيتين وتساوي نصف مجموعهما .

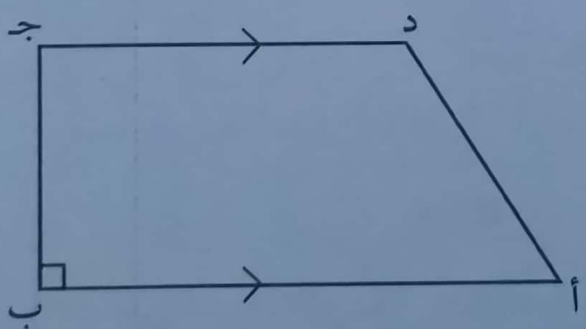
حالات خاصة لشبه المنحرف:

(١) إذا كان $\overline{أد} = \overline{ب ج}$



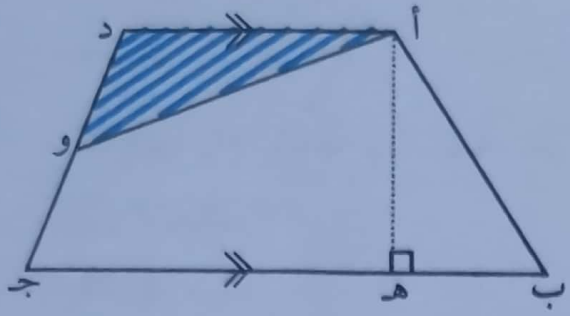
يسمى شبه المنحرف بمتساوي الساقين .

(٢) إذا كان أحد ساقي شبه المنحرف عمودياً على إحدى القاعدتين المتوازيتين فإن الشكل أ ب جـ د يسمى شبه منحرف قائماً.



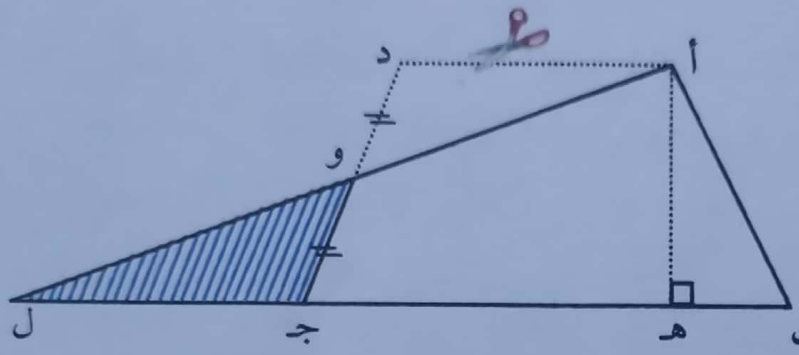
Scanned by CamScanner

مساحة شبه المنحرف :



(١) ارسم (ارسمي) شبه المنحرف أ ب جـ د الذي فيه $\overline{أب}$ // $\overline{ب ج}$ وارتفاعه $\overline{أهـ}$.

(٢) نصّف $\overline{ج د}$ في و ، ثم صل (صلي) $\overline{أو}$.



(٣) قص (قصي) المثلث أدو ثم ضعه بجانب الشكل المتبقي وملاصقاً له بحيث يأخذ الوضع ل و جـ لاحظ / لاحظي أن $\overline{أد} = \overline{ج ل}$

فينتج المثلث أ ب ل قاعدته ب ل = ب ج + ج ل = ب ج + أ د (لأن أد = ج ل) وارتفاعه هو نفس ارتفاع شبه المنحرف .

∴ مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = مساحة المثلث أ ب ل .

ولكن

مساحة المثلث أ ب ل = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة ب ل × الارتفاع أهـ

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × (ب ج + أ د) × الارتفاع أهـ

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= القاعدة المتوسطة × الارتفاع

ارتفاع شبه المنحرف = مساحة شبه المنحرف ÷ القاعدة المتوسطة

القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين

Scanned by CamScanner

مثال (١)

جد (جدي) مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم.

الحل

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ٨) × ٥ = ٧ × ٥ = ٣٥ سم^{٢}

مثال (٢)

شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم ، ١١ سم وارتفاعه ٧ سم. فإذا كانت مساحته تساوي مساحة معين طول أحد قطريه ١٠ سم فما طول القطر الآخر ؟

الحل

القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين

= $\frac{٩+١١}{٢}$ = ١٠ سم

مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ١٠ × ٧ = ٧٠ سم^{٢}

مساحة المعين = مساحة شبه المنحرف = ٧٠ سم^{٢}

طول قطر المعين = = $\frac{٧٠ \times ٢}{١٠}$ = ١٤ سم

Scanned by CamScanner

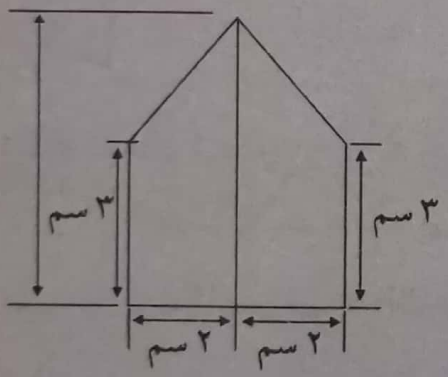
تمرين (٦)

(١) جد(جدي) مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣٢ سم / سمي، ١٢سم والبعد العمودي بينهما ١٠ سم.

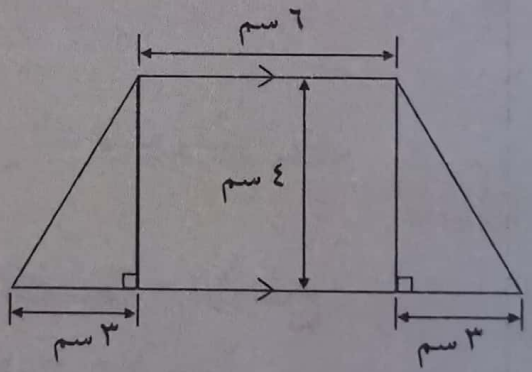
(٢) شبه منحرف طولا قاعدتيه ٤٣ متراً، ٥٥ متراً فإذا كانت مساحته تساوي مساحة معين طولا قطريه ٤٢ متراً، ٢١ متراً، جد/ جدي ارتفاع شبه المنحرف.

(٣) شبه منحرف ارتفاعه ١٨ سم وطول قاعدتيه المتوازيتين ١٠سم، ٦سم ومساحته تساوي مساحة متوازي اضلاع طول ارتفاعه ٦ سم ، جد/ جدي طول قاعدته.

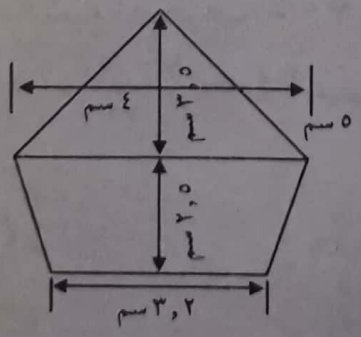
٤) جد/ جدي مساحة الأشكال التالية :



(ب)



(أ)



(جـ)

Scanned by CamScanner

المنحنيات التالية تسمى منحنيات مفتوحة

الاشكال التالية تسمى منحيات مغلقة

تعريف

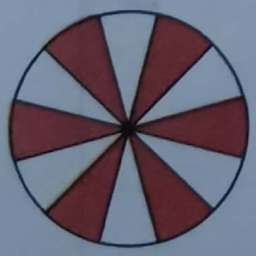
الدائرة : هي منحنى مغلق جميع النقاط فيه على أبعاد متساوية من نقطة (تسمى مركز الدائرة).

تعريف

مساحة الدائرة: هي مساحة الحيِّز الذي تحيطه الدائرة وهو ما يطلق عليه المنطقة الدائرية.

و لإيجاد مساحة الدائرة اتبع (اتبعي) الخطوات التالية :

(١) أرسم(أرسمي) دائرة على ورقة مقواه بنصف قطر مناسب.



(٢) أرسم(أرسمي) قطرين متعامدين لهذه الدائرة، ثم أقسم (أقسمي) كل ربع منها إلى ثلاث مناطق متطابقة وظلل/ ظللي منطقة بعد أخرى .

Scanned by CamScanner

(٣) قص (قصي) المناطق الناتجة ورتبها (ورتبيها) كما في الشكل المقابل

(٤) نلاحظ أن الشكل الناتج يشبه إلى حد كبير متوازي الأضلاع ويكون الشكل متوازي أضلاع إذا كان عدد القطع كبيراً جداً .

كما نلاحظ أيضاً قاعدة متوازي الأضلاع الناتج هي نصف محيط الدائرة و ارتفاعه هو نصف قطر الدائرة .

مساحة الدائرة = مساحة متوازي الأضلاع الناتج من قص الدائرة

و لكن محيط الدائرة = ٢ π نق

∴ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

وبذلك تكون مساحة الدائرة = مساحة متوازي الاضلاع = نصف محيط الدائرة × نصف القطر = $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢ π نق × نق = π نق ٢

قاعدة

مساحة الدائرة = π نق^{٢} ، حيث π = $\frac{٢٢}{٧}$ أو ٣,١٤ تقريباً

مثال (١)

جد/ جدي مساحة الدائرة التي نصف قطرها ٣ سم (π = ٣,١٤ سم)

الحل

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

∴ مساحة الدائرة = ٣,١٤ × (٣)^{٢} = ٣,١٤ × ٩ = ٢٨,٣ سم^{٢}

Scanned by CamScanner

مثال (٢)

جد/ جدي قطر دائرة مساحتها ١٥٤ سم^{٢} ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحل

مساحة الدائرة $= \pi$ نق^{٢}

$\therefore$ نق$^{٢} = \frac{\text{مساحة الدائرة}}{\pi} = ١٥٤ \div (\frac{٢٢}{٧}) = ١٥٤ \times \frac{٧}{٢٢} = ٤٩$ سم

نق $= \sqrt{٤٩} = ٧$ سم

$\therefore$ قطر الدائرة $= ٢$ نق $= ١٤$ سم

تمرين (٧)

(١) دائرة نصف قطرها ١٠ سم، جد/ جدي مساحتها ($\pi = ٣,١٤$).

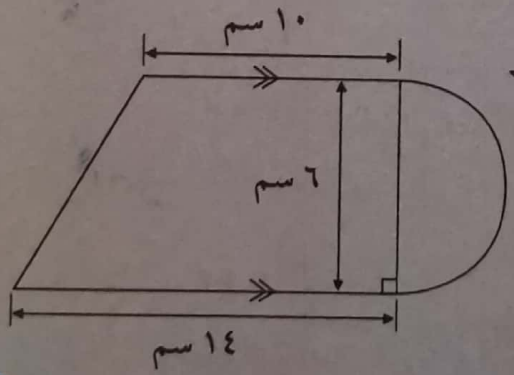
(٢) دائرة طول قطرها ٤٢ سم ، جد/ جدي مساحتها ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$).

(٣) دائرة مساحتها ٦١٦ سم^{٢} جد/ جدي نصف قطرها ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$).

(٤) جد/ جدي نصف قطر الدائرة التي مساحتها ٢٤,٥٠ ، ثم جد/ جدي محيطها ($\pi = ٣,١٤$).

(٥) حوض قاعدته دائرية محيطها ١٢,٥٦ متر ، جد/ جدي مساحة هذه القاعدة. ($\pi = ٣,١٤$)

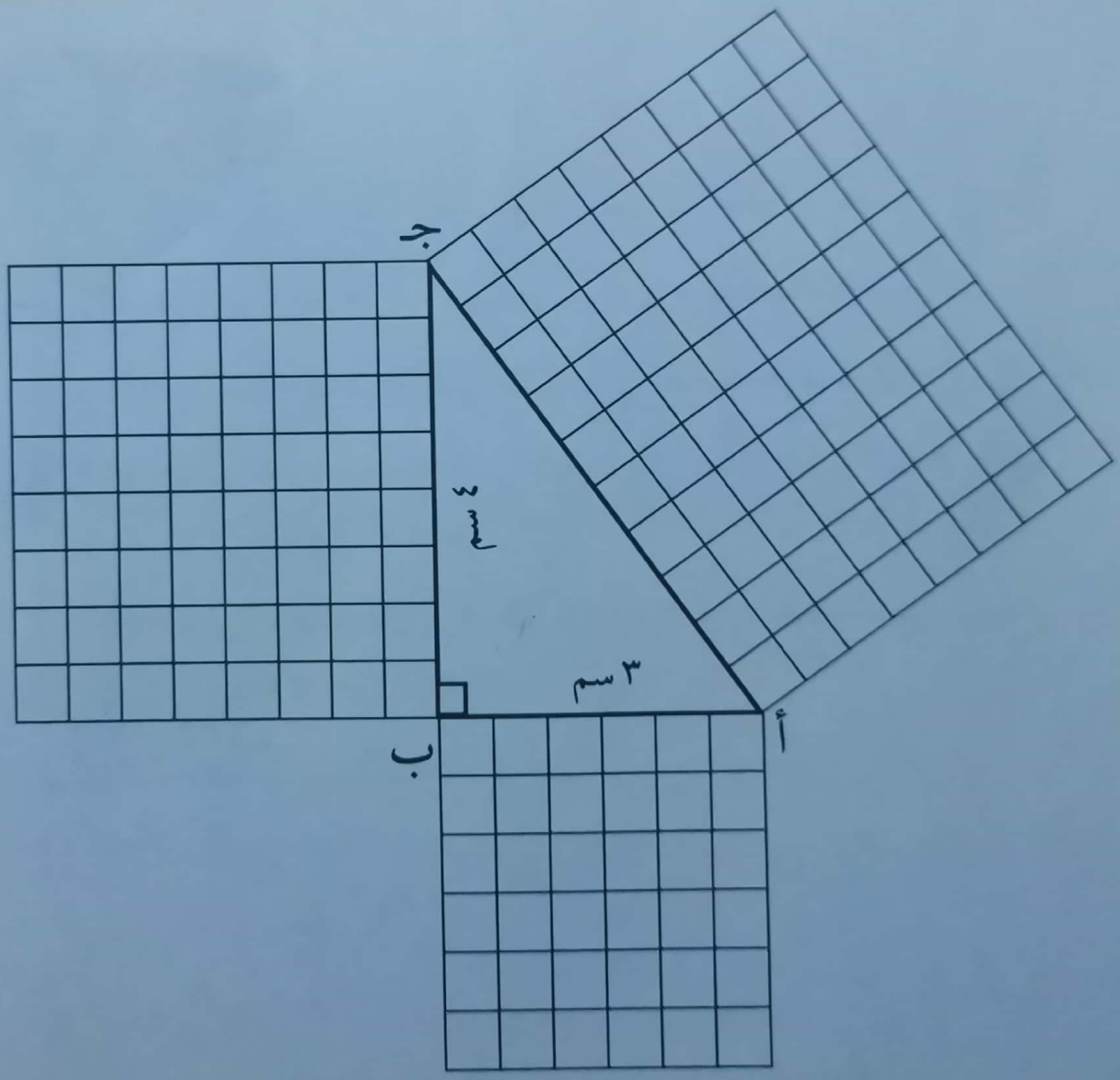
(٦) جد/ جدي مساحة ومحيط الشكل التالي:



Scanned by CamScanner

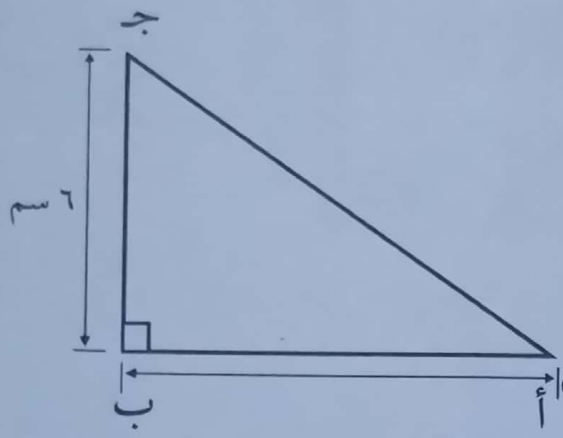
الوحدة السابعة

نظرية فيثاغورث و تطابق المثلثات



Scanned by CamScanner

نشاط (١)



• أرسم (أرسمي) مثلث أب جـ الذي فيه $\overline{أج}$ = ٨ سم، طول $\overline{أج}$ = ٦ سم ،قياس $\angle$ أ ب جـ = ٩٠°

١) قس(قسي) طول الضلع $\overline{أج}$.

٢) ما مربع طول الأضلاع $\overline{أب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{أج}$ ؟

٣) ما العلاقة بين مربع طول الأضلاع $\overline{أب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{أج}$ ؟

نلاحظ أن :

$\overline{أج}^{٢} = \overline{أب}^{٢} + \overline{ب ج}^{٢}$

تعريف

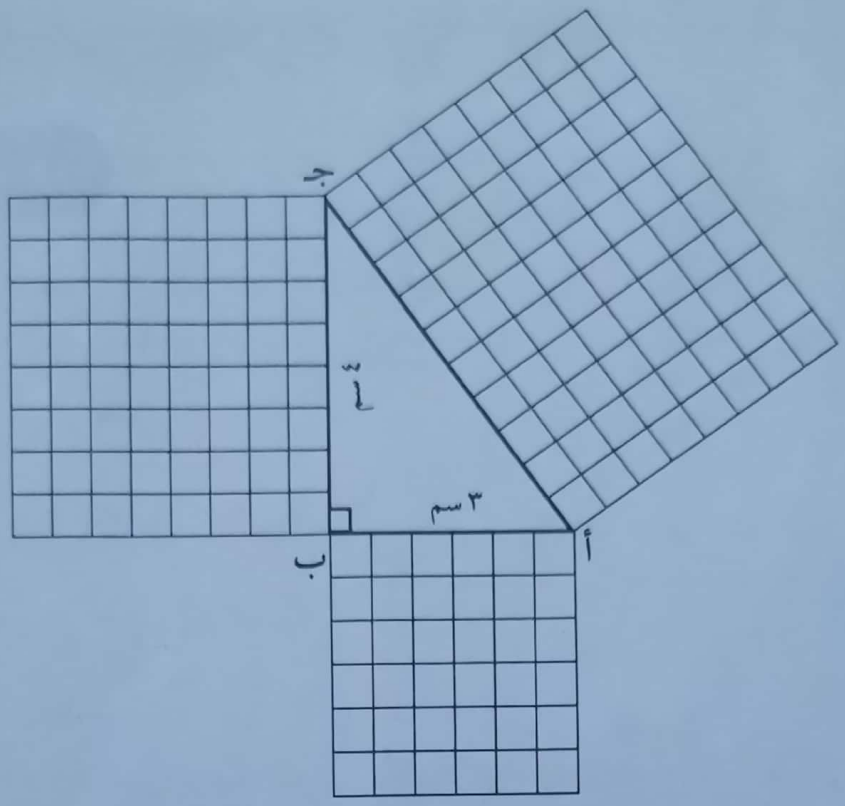
نظرية فيثاغورث : في أي مثلث قائم الزاوية مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين.

نشاط (٢)

• أرسم (أرسمي) مثلث جـ د هـ الذي فيه طول $\overline{أب}$ = ٣ سم ، وطول $\overline{ب ج}$ = ٤ سم ، قياس $\angle$ أ ب جـ = ٩٠°

١) قس(قسي) طول الضلع $\overline{ج أ}$.

Scanned by CamScanner



٢) أرسم (أرسمي) مربعاً على كل ضلع من الأضلاع الثلاثة.

٣) ما هي مساحة كل مربع؟

٤)ما العلاقة بين مساحات المربعات الثلاثة؟

نلاحظ أنَّه في المثلث القائم الزاوية الذي أطوال أضلاعه س، ص و ع فإنَّ
س٢ + ص٢ = ع٢ حيث طول الوتر يساوي .....

ويمكن أيضا الحصول على أي ضلع من المثلث القائم الزاوية كالآتي:

(١) س = الجذر التربيعي ل ع٢ - ص٢

(٢)ص = الجذر التربيعي ل ع٢ - س٢

(٣)ع = الجذر التربيعي ل س٢ + ص٢

Scanned by CamScanner

من النشاط السابق، نستنتج أنه يمكن صياغة نظرية فيثاغورث كالآتي:

في أي مثلث قائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.

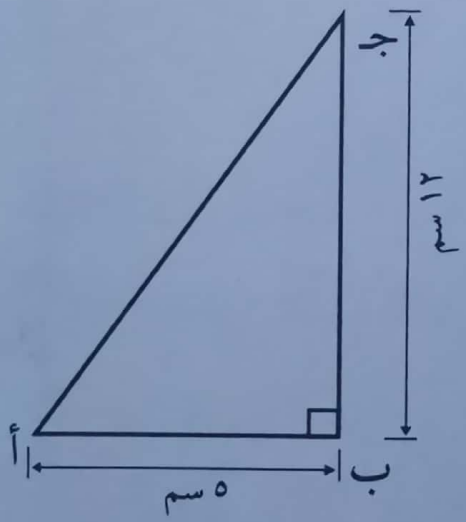
مثال (١)

أحسب (أحسبي) طول وتر مثلث أ ب جـ الذي فيه قياس ∠ ب = ٩٠°

طول $\overline{أب}$ = ١٢ سم ، وطول $\overline{ب ج}$ = ٥ سم.

الحل

من الشكل التقريبي:



$(أ ج)^{٢} = (ب ج)^{٢} + (أ ب)^{٢}$

$(أ ج)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢}$

$(أ ج)^{٢} = ١٤٤ + ٢٥$

$(أ ج)^{٢} = ١٦٩$

$أ ج = \sqrt{١٦٩} = ١٣$ سم

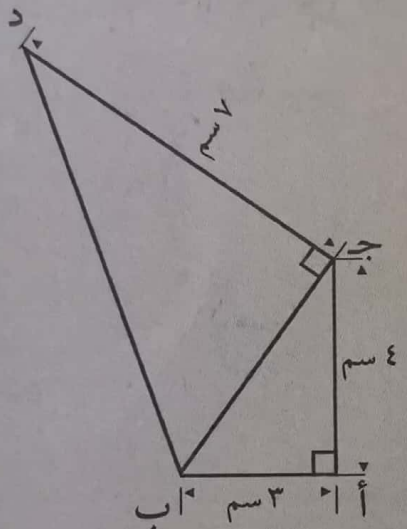
Scanned by CamScanner

تمرين (١)

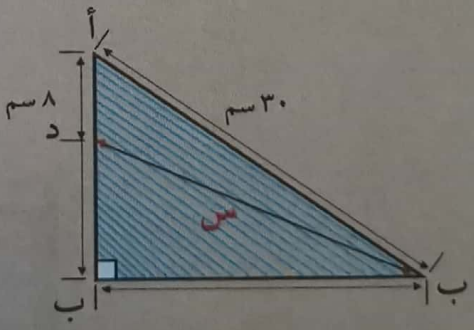
(١) △ أ ب جـ فيه قياس ∠ ب = ٩٠° وطول $\overline{أ ب}$ قائمة = ٩ سم، وطول $\overline{ب ج}$ = ١٢ سم ، أحسب (أحسبي) طول الوتر .

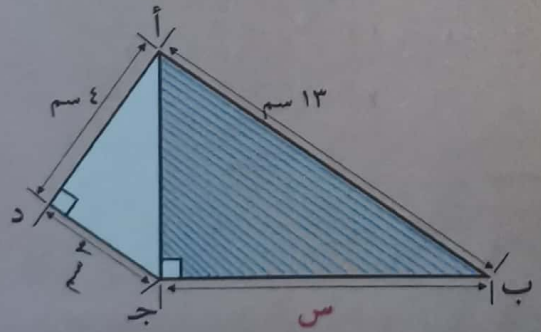
(٢) △ د هـ و قائم الزاوية وطول $\overline{د و}$ = ٨ سم ،وطول $\overline{هـ و}$ = ١٥ سم، أحسب (أحسبي) طول د و ، هـ و .

(٣) في الشكل أدناه جد طول $\overline{ب جـ}$.



٤. جد طول الضلع المشار اليه بالحرف س





Scanned by CamScanner

تمرين (٢)

(١) هل يشكل المثلث الذي أطوال أضلاعه هي ٢٦، ٢٤، ١٠ مثلثاً قائم الزاوية؟

(٢) هل أضلاع المثلث ٨، ١٥، ١٦ تشكل مثلثاً قائم الزاوية؟

Scanned by CamScanner

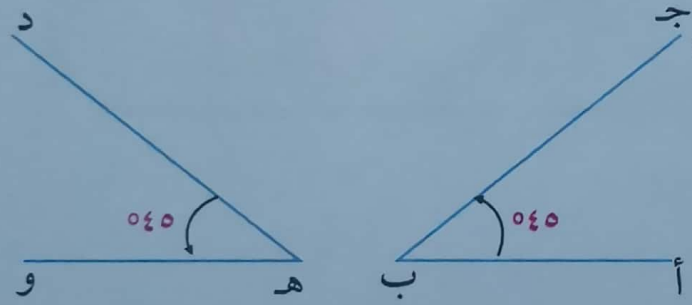
هل الأشكال المجاورة لها نفس القياسات؟

بعد التأكد من أن جميع الأشكال لها نفس القياسات ، يمكن أن نسمي مثل هذه الأشكال بالأشكال المتطابقة.

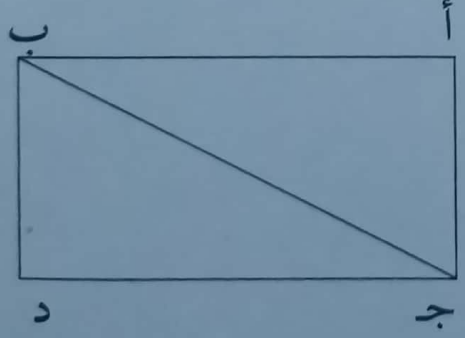
مثلاً :

(١) قس(قيسي) طول كل من القطعتين المستقيمتين $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ج د}$ هل هما متساويتان في الطول؟ يمكن القول إن $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ج د}$ متطابقتان لأن لهما نفس الطول.

(٢) الزاويتان ∠ أ ب جـ ، ∠ د هـ و متطابقتان لأن لهما نفس القياس .



نشاط (٣)



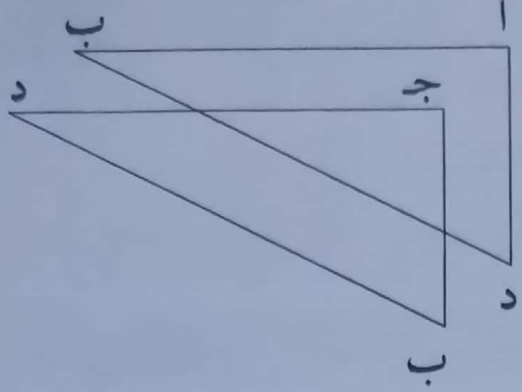
(١) خذ (خذي) ورقة على شكل مستطيل أ ب جـ د .

(٢) صل(صلي) $\overline{ب د}$.

(٣) قص(قصي) الشكل عند القطر .

Scanned by CamScanner

(٤) أطبق (أطبقي) المثلثين أ ب د ، ب جـ د



كما في الشكل المجاور بحيث تنطبق أ مع ∠ جـ ، ∠ ب مع ∠ د

ماذا تلاحظ (تلاحظين)؟

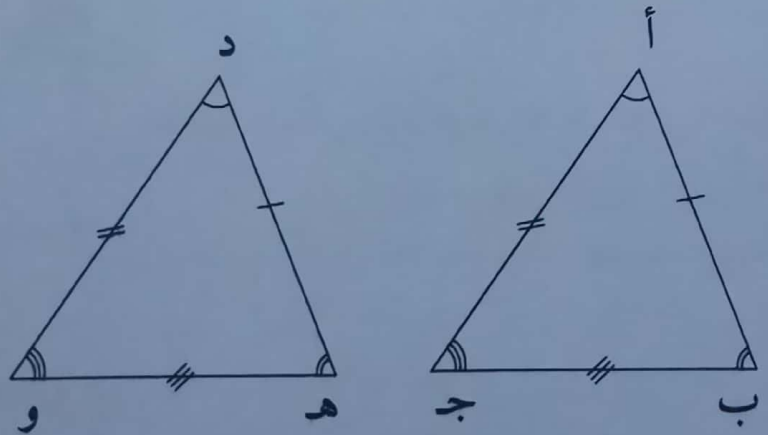
نلاحظ أن المثلثين ينطبقان تماماً .

و في هذه الحالة تسمى الزوايا المنطبقة على بعضها زوايا متناظرة ، وكذلك الأضلاع أضلاع متناظرة.

ملاحظة

في الأشكال المتطابقة الزوايا المتناظرة تقابلها أضلاع متناظرة ، والأضلاع المتناظرة تقابلها زوايا متناظرة.

مثال (١)



في الشكل المقابل :

△ أ ب جـ ، △ د هـ و متطابقان .

لأن : $\overline{أب} = \overline{دهـ}$

$\overline{أجـ} = \overline{دو}$

$\overline{بجـ} = \overline{هـجـ}$

∠ أ = ∠ د ، ∠ ب = ∠ هـ ، ∠ جـ = ∠ و

Scanned by CamScanner

نلاحظ أن

الأضلاع المتناظرة متساوية والزوايا المتناظرة متساوية.
بصورة عامة ليس كل المثلثات تتطابق ولكن هنالك حالات خاصة تتطابق فيها المثلثات وهي أربع حالات.

تطابق المثلثات

(أ) تطابق المثلثات بثلاثة أضلاع :

نشاط (٤)

أرسم (أرسمي) △ أب جـ الذي فيه طول $\overline{أب}$ = ٥ سم، طول $\overline{ب ج}$ = ٦ سم، $\overline{أ ج}$ = ١٠ سم قص (قصي) المثلث الذي رسمته (رسمتِه) و أطبقه (أطبقيه) على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ (تلاحظين)؟

المثلثان ينطبقان تماماً ، وفي هذه الحالة نقول أن المثلثين متطابقين.

نلاحظ أن

يتطابق مثلثان اذا ساوى كل ضلع في أحدهما نظيره في المثلث الآخر.
ويرمز لهم بالرمز (ض، ض، ض)

مثال (٢)

في المثلثين △ أ ب جـ ، △ أ د جـ أثبت أن ∠ ب = ∠ د

Scanned by CamScanner

الحل

في المثلثين △ أب جـ ، △ أدجـ

$\overline{أب} = \overline{أد}$ (معطى)

$\overline{ب ج} = \overline{ج د}$ (معطى)

$\overline{ب ج}$ ضلع مشترك

∴ ينطبق المثلثان بثلاثة أضلاع (ض، ض، ض)

أي أن : أب جـ يطابق أدجـ (لاحظ (لاحظي) ترتيب الأضلاع)

وينتج من ذلك ∠ب = ∠د

ملاحظة مهمة :

عندما يتطابق المثلثان يمكن كتابة ذلك بالصورة التالية:

∴ أب جـ متطابقان (لاحظ ترتيب الأضلاع والزوايا المتناظرة).
أدجـ

وباستخدام هذه الصورة يمكن بكل سهولة معرفة الأضلاع المتساوية:

$\overline{أب} = \overline{أد}$ ، $\overline{ب ج} = \overline{د ج}$ ، $\overline{أ ج} = \overline{أ ج}$

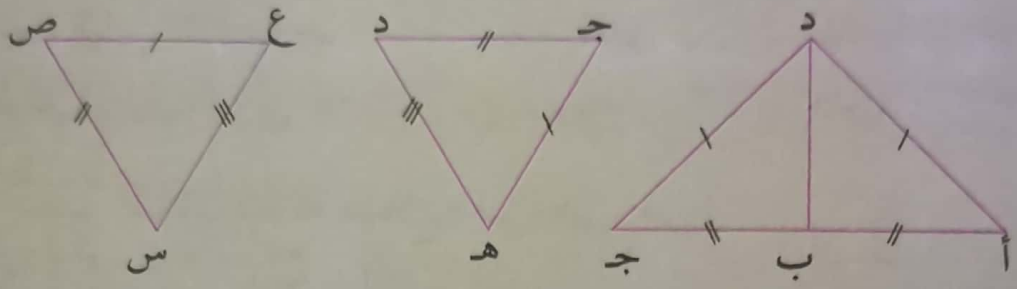
والزوايا المتساوية ∠أ = ∠أ ، ∠أب جـ = ∠أدجـ ،

∠ب جـأ = ∠دجـأ

Scanned by CamScanner

تمرين (٣)

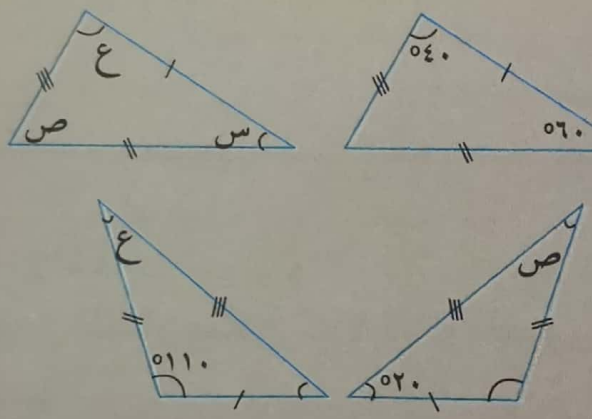
١ / سمّ (سمّي) المثلثات المتطابقة حسب تناظر أضلاعها:



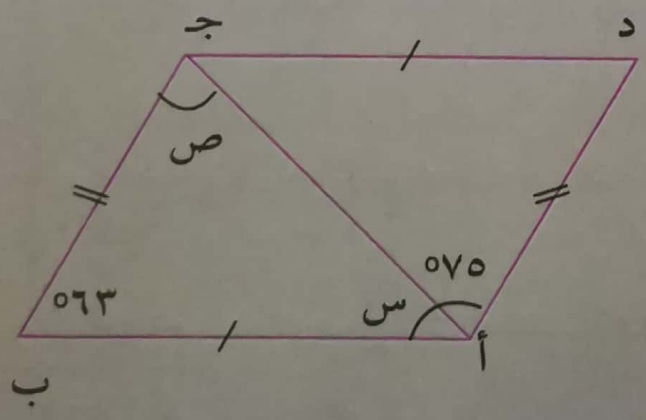
٢ / جد (جدي) قيمة الزوايا المشار إليها بالحروف في كل من الأشكال الآتية:

(أ)

(ب)



٣ / في الشكل الموضح أدناه أثبت أن: △ أ ب جـ يطابق △ جـ د أ ثم جد (جدي) قيمة الزوايا المشار اليها بالحروف.



Scanned by CamScanner

(ب) تطابق المثلثات بضلعين وزاوية مشتركة معهما في الرأس:

نشاط (٤)

أرسم (أرسمي) △ أ ب جـ الذي فيه طول $\overline{أب}$ = ٣ سم ، طول $\overline{ب ج}$ = ٤ سم ، قياس ∠أ ب جـ = ٥٤٠ ، قص(قصي) المثلث الذي رسمته(رسمتِه) و أطبقه (أطبقيه) على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ(تلاحظين) ؟

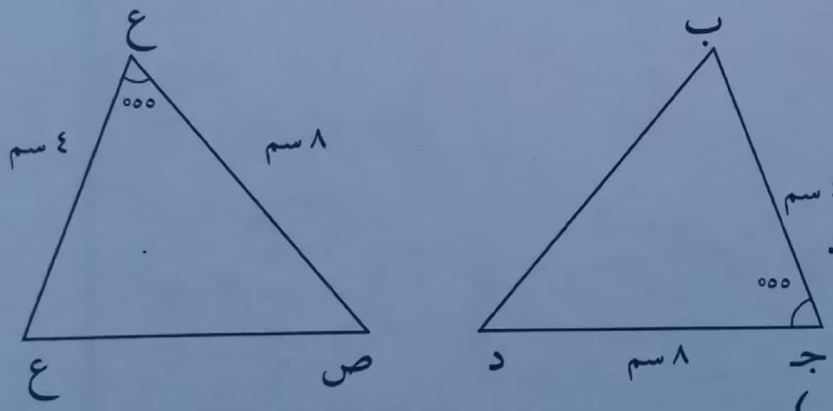
كرر/ كرري ذلك مع زميل آخر(زميله آخرى) نجد أن كل المثلثات بهذه الشروط متطابقة وفي هذه الحالة نقول إن المثلثين متطابقين .

يتطابق المثلثان إذا ساوى في أحدهما ضلعان وزاوية محصورة بينهما نظائرها في المثلث الآخر وتكتب (ض ، ز ، ض).

ونتيجة للتطابق نجد أن الزوايا والأضلاع المتناظرة الباقية متساوية .

مثال(١)

في الشكل التالي أثبت(أثبتي) أن طول الضلع $\overline{ب د}$ = طول الضلع $\overline{ص ع}$ دون استخدام القياس .



الحل

في المثلثين △ ب جـ د ، △ س ص ع

$\overline{ب ج}$ = $\overline{س ع}$ (معطى)

Scanned by CamScanner

$\overline{ج د}$ = $\overline{س ص}$ (معطى)

$\angle$ ب ج د = $\angle$ ص س ع (معطى)

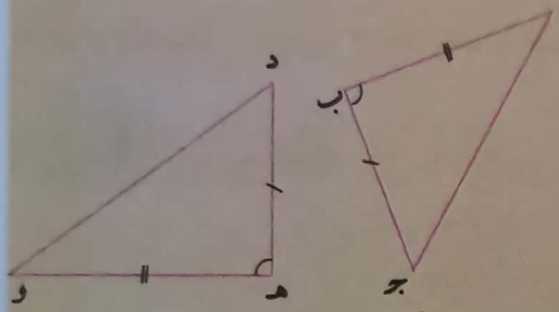
∴ المثلثان $\triangle$ ب ج د ، $\triangle$ س ص ع متطابقان

وينتج من التطابق $\overline{ب د}$ = $\overline{ص ع}$

تمرين (٤)

(١) هل يتطابق المثلثان في الشكل : ١

إذا كان كذلك أكمل (أكملي) الآتي :



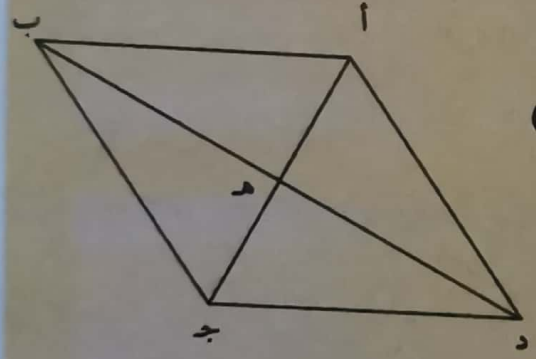
$\overline{أ جـ}$ = ...

$\angle$ أ = ...

$\angle$ جـ = ...

(٢) في متوازي الأضلاع اذكر

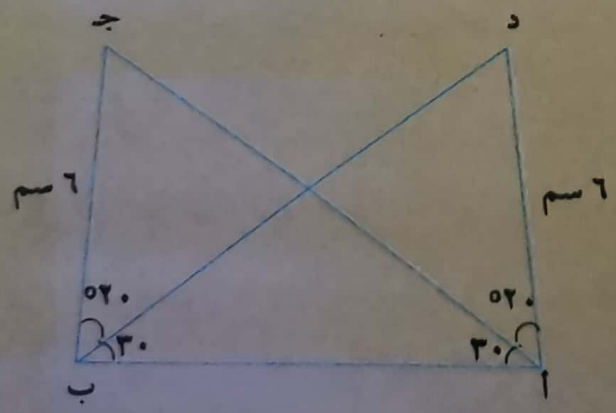
(اذكري) المثلثات المتطابقة وبيّن (بيّني) سبب تطابقها .



(٣) في الشكل التالي :

أثبت (أثبتي) أن :

$\overline{أ جـ}$ = $\overline{ب جـ}$



Scanned by CamScanner

(ج) تطابق المثلثات بزاويتين وضلع:

نشاط (١)

أرسم (أرسمي) △ أب جـ الذي فيه طول $\overline{أب}$ = ٥ سم ، قياس ∠ أب جـ = ٦٥ °، ∠ ب أ جـ = ٧٠ ° قص (قصي) المثلث الذي رسمته و أطبقه على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

تلاحظ إن المثلثين ينطبقان حيث ينطبق كل ضلع من مثلثك مع نظيره في مثلث زميلك .

نشاط (٢)

أرسم المثلثين △ أ ب جـ ، △ س ص ع بحيث يكون $\overline{أب}$ = $\overline{س ص}$

∠ أ = ∠ س ، ∠ ب = ∠ ص

استخدم المسطرة لقياس $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ص ع}$ وكذلك $\overline{أ ج}$ ، $\overline{س ع}$

استخدم المنقلة لقياس ∠ جـ ، ∠ ع

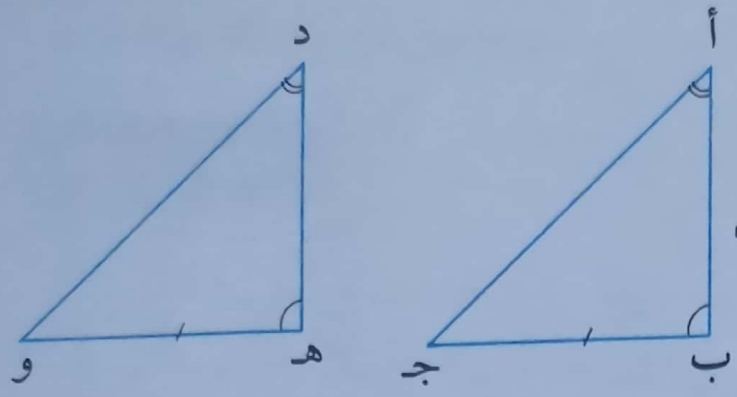
ماذا تلاحظ؟

نلاحظ أن طول $\overline{ب ج}$ = طول $\overline{ص ع}$، $\overline{أ ج}$ = طول $\overline{س ع}$ ،قياس ∠ جـ = قياس ∠ ع ∴ المثلثان س ص ع متطابقان ، فالأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية في القياس .

يتطابق المثلثان اذا ساوى في احدهما ضلع وزاويتان نظائرهما في المثلث الآخر وتكتب بطريقة مختصرة (ض، ز، ز)

Scanned by CamScanner

مثال (١)

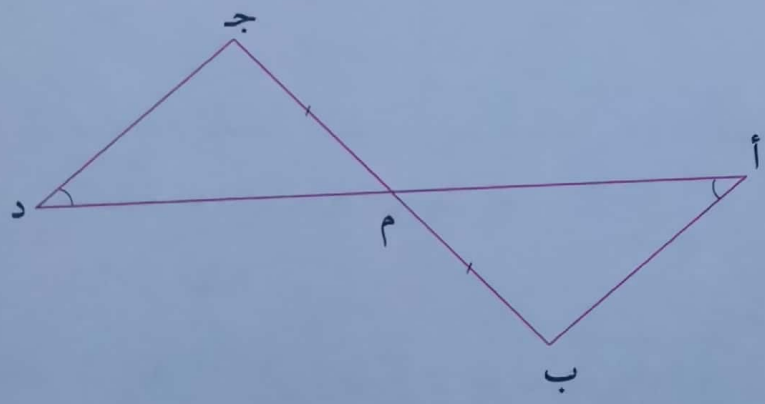


في الشكل المقابل :
أثبت/ أثبتي أن : المثلثـــان
△ أ ب جـ ، △ د هـ و
متطابقين .

الحل

∠أ = ∠د (معطى)
∠ب = ∠هـ (معطى)
ب جـ = هـ و (معطى)
∴ المثلثان أ ب جـ ، د هـ و متطابقان لضلع وزاويتين (ض ، ز ، ز)

مثال (٢)



في الشكل المجاور
ب م = م جـ
∠أ = ∠د

أثبت/ أثبتي أن أ ، ب ، جـ ، د تمثل رؤوس متوازي أضلاع .

الحل

في △ أ ب م ، △ جـ د م
ب م = م جـ (معطى)
∠ أ = ∠ د (معطى)

Scanned by CamScanner

$\angle$ أ م ب = $\angle$ جـ م د (بالتقابل بالرأس)

المثلثان د جـ م متطابقان

و من التطابق ينتج أن :

$\overline{\text{ب م}} = \overline{\text{د جـ}}$

وبما إن $\angle$ أ = $\angle$ د و هما متبادلتان

$\therefore$ $\overline{\text{أب}} // \overline{\text{دج}}$

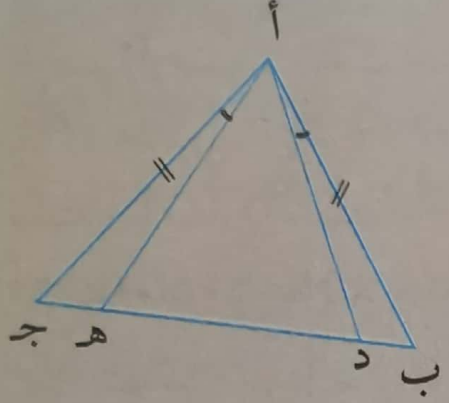
$\therefore$ الشكل أ ب ج د (متوازي أضلاع)

إذن أ، ب ، ج ، د تمثل رؤوس متوازي أضلاع

Scanned by CamScanner

تمرين (٥)

(١) أكمل (أكملي) الآتي مستعيناً (مستعينةً) بالشكل المجاور :



في △ أ ب د ، △ أ جـ هـ

$\overline{أب}$ = ... لماذا ؟ .....

∠ ..... = ∠ جـ أ هـ لماذا ؟ .....

∠ ب = ∠ ....

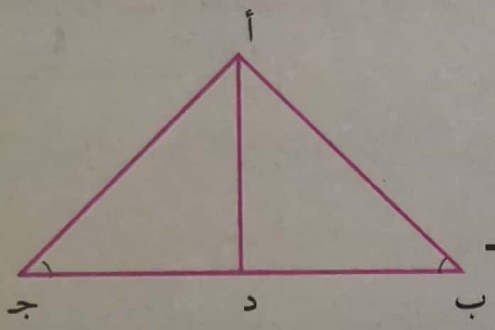
هل يتطابق المثلثان ؟ ....

(٢) أ ب جـ مثلث فيه

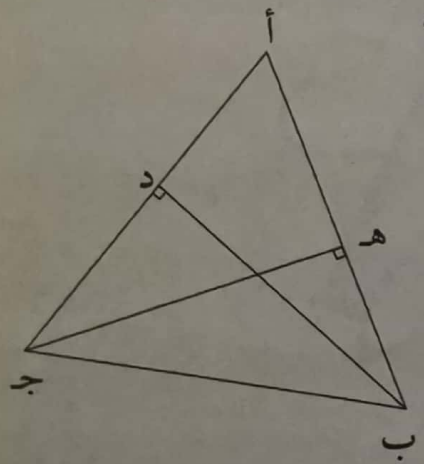
∠ ب = ∠ جـ

$\overline{أد}$ منصف ∠ أ

أثبت (أثبتي) أن △ أ ب جـ متساوي الساقين.



(٣) أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه $\overline{أب} = \overline{أجـ}$ ، أنزلنا من ب العمود $\overline{ب د}$ على $\overline{أجـ}$ ، ومن جـ أنزلنا العمود $\overline{جـ هـ}$ على $\overline{أب}$ ، برهن أن : $\overline{ب هـ} = \overline{جـ د}$



Scanned by CamScanner

(د) تطابق المثلثات بضلع و وتر في مثلث قائم الزاوية

نشاط (١)

أرسم (أرسمي) المثلث القائم الزاوية أ ب جـ الذي فيه قياس ∠ ب = ٩٠°، طول $\overline{ب ج}$ = ٣ سم، $\overline{أ ج}$ = ٥ سم، قص/ قصي المثلث الذي رسمته و أطبقه (رسمتِه و أطبقيه) على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

تلاحظ (تلاحظين) إن المثلثين متطابقان تماماً .

نشاط (٢)

أرسم (أرسمي) المثلثين △ أب جـ، △ دهـ و بحيث أن: ∠ ب = ∠ هـ = ٩٠°،
$\overline{أ ب}$ = $\overline{د هـ}$، $\overline{أ ج}$ = $\overline{د و}$.

استخدم (استخدمي) المسطرة لقياس $\overline{ب ج}$، $\overline{هـ و}$ ماذا تلاحظ/ تلاحظين ؟

استخدم (استخدمي) المنقلة لقياس ∠ أ، ∠ د، ∠ جـ، ∠ و ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

إذا كان رسمك (رسمكِ) دقيقاً ستلاحظ (ستلاحظين) أن :

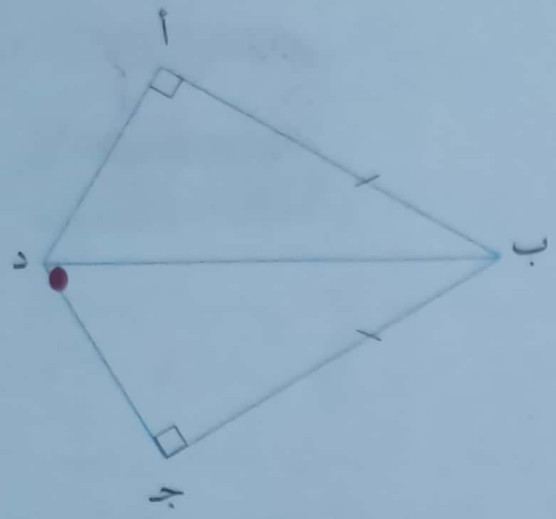
$\overline{ب ج}$ = $\overline{هـ و}$، ∠ أ = ∠ د، ∠ جـ = ∠ و .

فالأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية في القياس .

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى في أحدهما ضلع و وتر نظيريهما في المثلث الآخر ويختصر (ق ، و، ض)

Scanned by CamScanner

مثال (١)



في الشكل أب جـ د المجاور:

قياس ∠أ = ∠جـ = ٩٠°

أثبت / أثبتي أن : $\overline{أب} = \overline{جـ د}$

∠ أ ب د = ∠ جـ ب د

الحل

في △ أ ب د ، △ جـ ب د

أ ب = ب جـ (معطى)

∠أ = ∠جـ = ٩٠° (معطى)

الوتر ب د (مشترك)

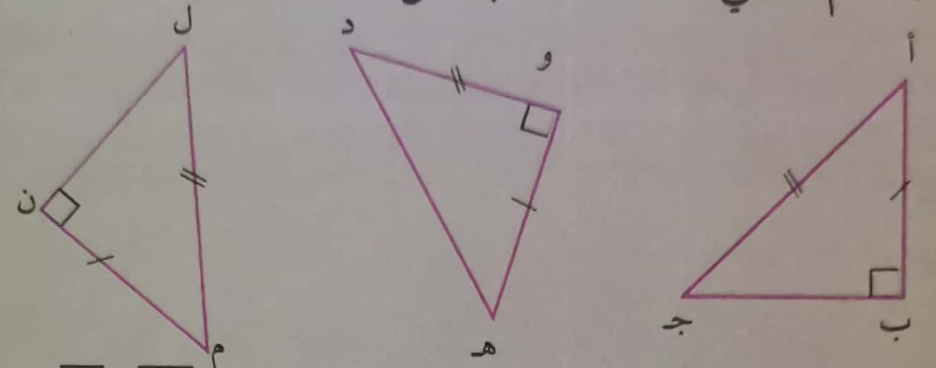
∴ المثلثان أ ب د متطابقان و من التطابق ينتج أن :

$\overline{أد} = \overline{جـ د}$ ، ∠ أ ب د = ∠ جـ ب د

Scanned by CamScanner

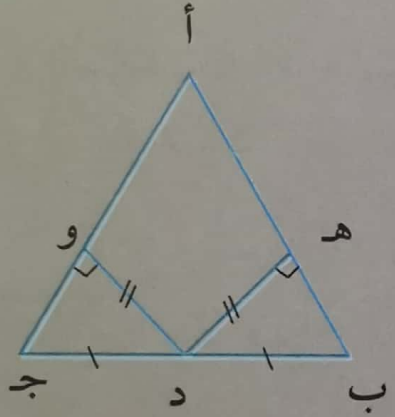
تمرين (٦)

١ / سَم (سَمي) المثلثات المتطابقة من الأشكال الأتية :



٢ / في الشكل المجاور △ أب جـ فيه د منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{أج}$ عمودي على ، عمودي على دهـ =دو .

أثبت(أثبتي) إن : ∠ب = ∠جـ

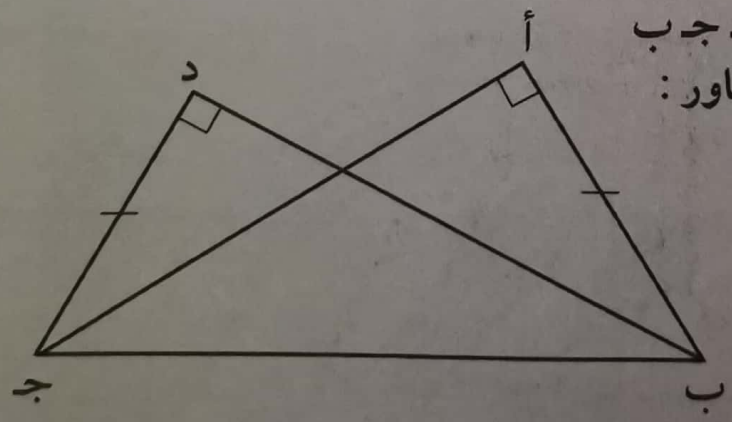


٣ / مستعيناً (مستعيتةً) بالشكل المجاور

أثبت(أثبتي) إن :

∠أب جـ = ∠د جـ ب

(١) في الشكل المجاور :

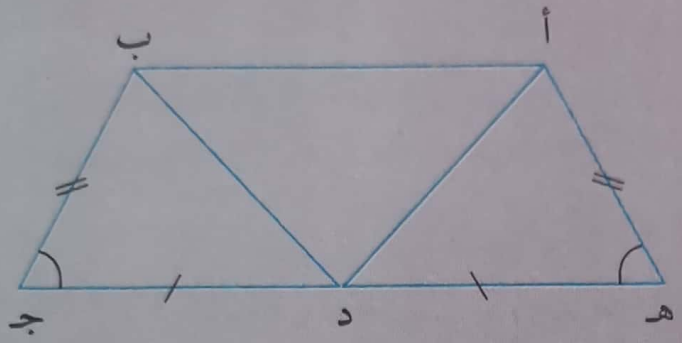


Scanned by CamScanner

تمرين عام

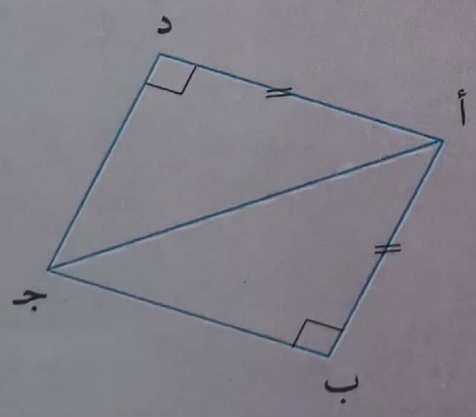
(١) في الشكل المجاور أثبت (أثبتي) أن :

∠ هـ أ د = ∠ جـ ب د



(٢) في الشكل أدناه ، أثبت(أثبتي) أن :

$\overline{أجـ}$ ينصف ∠ د جـ ب



Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

٦

الصف السادس
GRADE SIXTH
المرحلة الابتدائية

الطابعون دار لقاق الحاسوب للطباعة والنشر - ام درمان

THE REPUBLIC
OF SUDAN

Scanned by CamScanner